

I PROCESSI COGNITIVI DELL'ARITMETICA IN RUSSEL E PIAGET

Silvana D'ANDREA
USSL Giulianova (TE)

1. INTRODUZIONE

Beltrand Russel (1872-1970) filosofo inglese dai vastissimi interessi culturali, attento e profondo critico dei fondamenti della Matematica e Jean Piaget (1896-) psicologo svizzero e profondo elaboratore dei meccanismi preposti alla base del pensiero e del linguaggio del fanciullo: due mostri sacri del pensiero contemporaneo. Entrambi si sono occupati di Matematica e precisamente del come nasce il concetto di numero. Il primo se ne è occupato guardando la genesi del numero nella mente dell'uomo in una *critica a posteriori e dall'interno* della disciplina matematica. In altre parole Russel si pone dal punto di vista di una persona di vasta cultura matematica e il suo obiettivo è quello di ricostruire per intero l'edificio matematico su basi puramente logico deduttive e sostanzialmente prescindendo dall'individuo. Tuttavia egli si allontana dalle idee della scuola di Bourbaki, in quanto desidera che i suoi metodi abbiano una qualche attinenza con il reale, al contrario dei Bourbakisti che non si preoccupano e volutamente ignorano il reale.

L'approccio del Piaget è totalmente diverso essendo la sua una *critica dall'esterno* della matematica e dall'interno dell'uomo anzi del fanciullo. Questo punto di osservazione, non ci sembra contrapposto al Russel ma differente. Piaget parte dunque dall'osservazione del reale e dell'individuo nella sua tenera età e va a studiarne i meccanismi mentali e le relative conquiste, tra cui il concetto di numero.

La nostra tesi è semplice. Confrontando le strade seguite si ottiene un risultato interessante. I termini dell'uno sono diversi da quelli dell'altro ma i meccanismi con i quali si crea il concetto sono i medesimi. La via di Russel a posteriori per riforgiare l'edificio coincide con quella via che il Piaget segnala come il percorso pedagogico che naturalmente si crea nel passare dall'osservato naturale al momento più rigido del conseguito momento di apprendimento

realizzato. Così dalla corrispondenza termine a termine si passa al riconoscere le classi di equivalenza o se si preferisce alle seriazioni Piagetiane e così via fino alla cardinalità e all'operatività.

2. RUSSEL E PIAGET, IL NUMERO E IL BAMBINO

Il lavoro fondamentale del Piaget riguardo l'apprendimento della Matematica da parte del bambino è l'opera "La genesi del numero nel bambino" del 1947, riproposto da svariati punti di vista negli anni successivi, precisamente nel '53, nel '55, nel '64. Dice il Piaget (Szemiska, 1941):

“Il problema di cui ci siamo occupati è quello della costruzione del numero in rapporto alle operazioni logiche. L'ipotesi dalla quale siamo partiti è naturalmente, che questa costruzione è correlativa allo sviluppo della logica stessa e che al livello prelogico corrisponde un periodo prenumerico. “

“Le operazioni logiche e aritmetiche ci sono dunque apparse come un solo sistema totale e psicologicamente naturale, risultando le seconde dalle generalizzazione e fusione delle prime.”

Questa è di fatto la tesi fondamentale del Piaget, in sintesi dunque il bambino inizierebbe una attività di pre-logica, non essendo le strutture logiche strutture innate, e gradualmente ci sarebbe una conquista sempre maggiore di atteggiamenti logici. Inoltre nessuna attività di tipo razionale può prescindere da costruzioni di tipo aritmetico. Per andare nel dettaglio dell'età il Piaget è convinto che un bambino di cinque anni non è, nella norma, capace di comprendere le relazioni logiche più elementari. Ad esempio non dovrebbe essere in grado di sapere che:

$$2 + 3 = 3 + 2 , 4 + 5 = 5 + 4$$

e passare alla astratta proprietà commutativa asserente che

“cambiando l'ordine degli addendi la somma non cambia”.

Altresì può essere veramente difficoltosa la comprensione delle onnipresenti relazioni di equivalenza e della proprietà transitiva in particolare.

Secondo Bertrand Russel l'idea cardinale del numero si conquista secondo una serie di fasi successive. In primo luogo il bambino impara ad osservare gli oggetti e i gruppi (o insiemi concreti "per ora") di oggetti. Un primo riconoscimento è nel "di più" e "di meno". Così capisce quando un gruppo è di più di un altro. In una fase successiva comprende l'agognato "tanto quanto". Dopo questa fase dice il Russel vi è un intervento costante esterno degli adulti e l'operazione nuova che si compie è la seguente:

il bambino osserva "tre caramelle, tre dita, tre pupazzi" ma il "tre" è suggerito dall'esterno come simbolo nominale comune. Quindi il numero è conquistato prima nominalmente e poi concettualmente. Probabilmente, e Piaget è di questo avviso, è solo vicino ai sette-otto anni che il bambino sviluppa strutture operative che gli consentiranno sia pure con grande gradualità di passare da un gioco-intuitivo ad una comprensione delle relazioni di inclusione prima e di equivalenza poi.

Le relazioni di equivalenza sono relazioni su un insieme che godono delle tre proprietà: riflessiva, simmetrica e transitiva.

La più importante relazione da conquistare è la *relazione di equicardinalità* tra insiemi concreti.

Gli insiemi concreti sono quelli costruiti con gli oggetti del mondo dell'infanzia, palline più o meno colorate, caramelle, piccoli pupazzi ed animali e tante altre cose che si presentano al fanciullo.

Capire la *equicardinalità* significa capire il "tanto quanto", significa capire che :

- se il gruppo delle caramelle è "tanto quanto" quello delle dita,
- se il gruppo delle dita è tanto quanto quello del gruppo delle palline,

ALLORA

- il gruppo delle caramelle è "tanto quanto" quello delle palline.

Infine si capisce, si intuisce in maniera più o meno cosciente che vi è un “QUID” di astratto in comune a gruppi equicardinali e questo quid di astratto conquistato è il NUMERO.

Anche secondo Piaget il processo ultimo di formazione del concetto di numero sarebbe una sorta di *principio di conservazione della quantità* (o equicardinalità che dir si voglia) . Ogni attività razionale non può che partire da questo stadio e l'ipotesi dell'invarianza della quantità, la vera conquista dell'equicardinale, del numero come misura della quantità o numero naturale , pitagorico, intero etc. etc. si compone passando attraverso tre stadi logici:

- *Un primo stadio nel quale il bambino si rende conto più delle variazioni o differenze di quantità. Questo stadio non è molto dissimile dal primo stadio Russelliano.*
- *Un secondo stadio nel quale ci si rende conto o si incomincia a rendersi conto al più solo delle piccolissime equicardinalità (piccolissime nel senso del numero delle dita di una mano).*
- *Un terzo stadio nel quale l'invarianza della quantità è accettata e conquistata come cosa naturale, non più limitata a piccole cose osservabili con le mani direttamente, ma come una conquista del pensiero logico. Dice il Piaget (Szemiska,1941) a riguardo: “ Il bambino non ha più da riflettere per assicurarsi della conservazione delle quantità totali : ne è certo a priori” .*

Così i processi indicati dal Russell come individuazione delle relazioni di equivalenza e di passaggio all'astratto per la conquista del numero in Piaget sono individuati come atti di *classificazione* e *seriazione*. Nello specifico per Piaget seriare significa distinguere ogni classe-elemento-gruppo in quanto non equivalente ad altri mentre classificare significa la fase preliminare del riunire gli oggetti in classi di equivalenza.

Questi processi si ripetono in altri ambienti, ad esempio quando si classificano gli animali. Mettendo insieme animali di dato tipo si ottengono delle classi, si sono classificati. Il concetto astratto ad esempio di “felini” o “equini” o più in generale di “mammiferi” è una seriazione magari con inclusione che naturalmente ne deriva.

Il punto di vista di Piaget ha subito profonde critiche negli ultimi anni. L'insoddisfazione nasce da considerazioni tipicamente pedagogiche: la suddivisione in periodi di apprendimento non sarebbe di alcuna utilità per comprendere i processi di apprendimento, anzi andrebbero maggiormente e più tecnicamente differenziati. In altre parole la teoria di Piaget si presenterebbe didatticamente irrilevante (cfr. Engelmann 1983 e Hughes 1986) in quanto essa non fornirebbe ad un docente alcuna indicazione su strategie da seguire. Inoltre per parecchi studiosi sperimentali l'idea del numero sarebbe ben presente in alcuni in età precedente ai 5 anni del Piaget ed assente in età più elevate per altri, così che l'assolutismo del Piaget ne uscirebbe contestato.

Ancora un aspetto sulle difficoltà della comprensione della Matematica è dato dal fatto che, oltre all'impadronirsi dei concetti, il bambino deve anche impadronirsi del simbolismo scritto e parlato dell'aritmetica e successivamente deve imparare a capire che questa disciplina ha un grosso riscontro con molti fatti concreti del mondo.

3. CONCLUSIONI

Entrambe le strade sembrano dare una medesima risposta riguardo al grande problema dell'insegnamento dell'aritmetica e delle grandi difficoltà di questo compito. E' paradossale ma l'aritmetica, pur sembrando così naturale e semplice, costituisce di per se con il suo formalismo e le sue regole un codice complesso. Il bambino che in età pre-scolare ha imparato qualche piccola nozione non le ritrova nel linguaggio scolastico, spesso lontano dal mondo reale.

Questo è spesso a ragione per il fatto che la realizzazione di salti di qualità può avvenire ma solo a prezzi di sforzi immani, che a volte devono compiersi anche contro quelli che dovrebbero essere i naturali alleati e cioè i docenti e i genitori, allora che manifestino indisponibilità e intolleranze, sia pure comprensibili. È vero che occorre portare il bambino non solo ad una abilità computazionale ma addirittura ad una abilità applicativa per la soluzione sia pure di semplici problemi (problem solving). Le difficoltà vengono anche da fattori di ordine linguistico e l'astrattezza della Matematica

richiede a volte una vera e propria opera di traduzione da parte dei bambini stessi che da veri autodidatti devono cercare delle forme a loro più comprensibili, magari scambiando l'esempio con la regola e il particolare con il generale. Una ulteriore foresta di difficoltà si presenta allora che si pensi alla Matematica come disciplina in cui non sono ammessi salti logici. Tutto è strettamente concatenato e coerente. L'incoerenza è errore. Inoltre per arrivare al momento magico del Problem solving occorre imparare una serie di procedure precise, l'uso di algoritmi efficienti e la capacità di prendere le decisioni più plausibili nel caso di alternative.

Così non siamo autorizzati, nel caso di disabilità matematica, ad una politica di non intervento per le età pre-anni sette, alla luce del "tanto mancano le capacità logiche" di piagetiana memoria. Oggi sappiamo che così non è ed occorre dunque una politica di intervento e le strategie per operare in questa direzione.

BIBLIOGRAFIA

- [1] E.AMBRISI-B.RIZZI, *Interdisciplinarietà e nuovo fusionismo*, Archimede 1-2 (1978), 49-51.
- [2] S.ENGELMANN, *Piaget e la didattica: promessa o delusione?*, Psicologia e scuola 16 (1983), 6-12.
- [3] F.EUGENI, *Le due rivoluzioni del secolo: da Bourbaki alla Matematica del discreto*, Per. di Mat. 1 (1992),3-21.
- [4] M.HUGHES, *What is difficult about learning arithmetic?*, in Donaldson Editor: "Early Childhood Development and Education, Basil Blackwell, Oxford (1983).
- [5] J.PIAGET-A.SZEMISKA, *La genesi del numero del bambino*, La Nuova Italia (1968). (I Ed. 1941).
- [6] G.PETTER, *Conversazioni psicologiche con gli insegnanti*, Ediz. Bemporad Marzocco, Firenze, 1966.