Science & Philosophy, 3(1)/2015, 3--14 ISSN online: 2282-7765
print: 2282-7757

La matematica delle tavole degli apprendimenti

Emilio Ambrisi

Presidente Mathesis
(Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche dal 1895)
ambrisi.e@gmail.com

Sunto

Le tavole di apprendimento per la matematica costituiscono una interpretazione delle Indicazioni Nazionali per i Licei e delle Linee Guida per gli Istituti Tecnici e Professionali che è coerente con i loro principi scientifici e normativi. Esse sono frutto di un lavoro collettivo eseguito nell'ambito di due progetti varati dal MIUR e rappresentano la vera novità delle trasformazioni in atto nel sistema scolastico italiano dal 1997. In particolare, la vera innovazione didattica nel fare matematica.

Parole Chiave: didattica, matematica, lista**.**

1. Premessa

La legge che ha cambiato il sistema scolastico italiano compie vent'anni. Quando nel 1861 l'Italia fu fatta, la legge del nuovo Stato unitario stabiliva: le scuole dipendono dal ministro. Vent'anni fa con la legge n. 59 del 15 marzo 1997 si stabili invece: le scuole sono autonome. Una discontinuità, una rottura con il passato che non poteva essere più decisa e marcata e i cui segni di cambiamento sono più che evidenti. Molti ricorderanno che il varo della legge fu accompagnato da un ampio e vivace dibattito con posizioni generalmente a favore, ma anche con diffuse preoccupazioni che paventavano il rischio di una frantumazione del sistema scolastico, la perdita della sua unitarietà e l'accentuazione delle differenze tra scuole e scuole, tra Nord Centro Sud e Isole, tra territori e territori, con scuole più "ricche" in alcuni territori e più "povere" in altri. Quel rischio allora ipotizzato, oggi si sta verificando. La scuola in Italia rischia di divenire motore che genera disparità invece che efficace e limpido

strumento di libertà e uguaglianza dei cittadini come peraltro è prescritto dalla costituzione. Occorre correre ai ripari.
Una delle necessità più evidenti - e che come matematici ci interessa - è fare chiarezza su che cosa le scuole devono insegnare. È questa peraltro una delle novità più significative del nuovo sistema, perché con la legge n. 59, successivamente regolamentata dal D.P.R n. 275 del 1999, il programma d'insegnamento, fissato a livello ministeriale e uguale per tutti, ha cessato di esistere. Il programma ha acquistato una dimensione locale, è affidato alla progettazione di scuole e docenti ed è finalizzato al raggiungimento dei traguardi di conoscenze, abilità e competenze fissati, questi sì, per tutti a livello nazionale. Non ci sono dunque programmi ministeriali, ma Indicazioni Nazionali e Linee Guida che però malgrado siano vigenti da più anni non sono state ancora perfettamente intese né nei principi né in quali siano veramente i risultati di apprendimento da perseguire con l'azione didattica.

A tal fine pare utile illustrare, ripercorrendolo nella sua cronologia storica e nelle sue motivazioni, un lavoro che è stato fatto per la matematica. Il lavoro riguarda i due progetti messi in atto dal MIUR:

- ***"Condivisione e accertamento delle conoscenze, abilità e competenze previste a conclusione dell'obbligo d'istruzione e del primo biennio dei nuovi licei, istituti tecnici e professionali".***
- **"*La prova scritta di matematica agli Esami di Stato di Liceo scientifico: contenuti e valutazione".***

dei quali chi scrive è stato il coordinatore. Entrambi i progetti miravano a corrispondere al bisogno manifestato dai docenti di essere sostenuti nella lettura delle Indicazioni Nazionali e delle Linee Guida per conseguirne una comune interpretazione dei risultati di apprendimento prescritti a conclusione del primo e del secondo biennio e del quinto anno.

I progetti varati dal MIUR sono stati realizzati dal 2011 al 2013, ma sono tuttora vitali in altre attività.[1] I due progetti hanno coinvolto direttamente centinaia di docenti e hanno prodotto risultati che sono stati disseminati nelle "*giornate matematiche*" organizzate a livello territoriale e promosse dallo stesso MIUR fino allo scorso anno scolastico[2]. Tra i frutti delle attività dei due progetti ci sono le tavole degli apprendimenti per il primo biennio e per il quinto anno del liceo scientifico.

[1] Le tavole di apprendimento sono state il tema di vari convegni che l'associazione Mathesis ha tenuto in molte città italiane nel corso di quest'anno assumendosi anche il compito di definizione di una tavola degli apprendimenti per i licei non scientifici.

[2] Con la **nota 28/09/2012, prot. MIURAOODGOS n. 6167 e con la nota del 20/11/2014, prot. n. 7173, entrambe a firma del direttore generale Carmela Palumbo.**

2. La galleria matematica del Teniers e il quadro di Mondrian

L'idea del quadro o della tavola si presentò nel lavoro di lettura collegiale delle Indicazioni Nazionali e delle Linee Guida relativamente al primo biennio. Una lettura eseguita dai docenti nei seminari di studio con lo scopo di selezionare i risultati di apprendimento maggiormente significativi da conseguire a conclusione dei primi due anni di tutti gli indirizzi di studio: licei, tecnici e professionali. Un lavoro di lettura "collettiva"

effettuata setacciando i documenti ministeriali per distillare le gemme del pensiero matematico da individuare e fissare come meta dell'azione didattica per tutti: scuole, docenti, studenti e famiglie.

Figura 1

Quelle "gemme", una volta definite, trovarono la loro sistemazione in un quadro del 1651 di *D. Teniers il giovane*. Ciascuna di esse, come un'opera d'arte, è incorniciata e posta in mostra in una ***Galleria Matematica dei traguardi di apprendimento del primo biennio.*** Un quadro pieno di altri quadri che illustrano sedici prodotti dell'arte matematica. Sedici gioielli da leggere, memorizzare e tener presenti quali tappe di studio, punti "focali"[3] per ri-creare la conoscenza matematica in funzione dei risultati di apprendimento da

[3] Nella letteratura internazionale un "*focal point*" è un punto di accumulazione, un punto dove si addensano più conoscenze, abilità e concetti; specifica, dunque, un contenuto matematico particolarmente significativo e da conoscere accuratamente.

perseguire e da raggiungere, spingendo ad andare oltre le artificiose trattazioni dei tradizionali capitoli dell'Algebra e della Geometria, della Trigonometria e dell'Analisi Matematica. Una visione della matematica integrata o *fusionista* che fu già di F.Klein, di G. Polya, di B. de Finetti.
Una lista di sedici gemme ciascuna delle quali ha la funzione di guidare il docente nella sua progettazione didattica, nella definizione del suo programma d'insegnamento. In questo modo, il docente conosce il traguardo, sa dove gli si chiede di arrivare. Sa che la meta del suo lavoro è l'acquisizione chiara e sicura da parte degli studenti, a conclusione del loro primo biennio, di ciascuno di quei sedici elementi della lista. Una meta che può raggiungere come vuole, scegliendo metodi, strumenti, linguaggi, esempi che arricchiscono di significato, applicazioni che contestualizzano, riferimenti storici e, sempre calibrando i tempi, seguendo un itinerario che attraversa i capitoli tradizionali, connettendo variamente teoremi e algoritmi, cogliendone particolari e generalizzazioni in una visione unificatrice. Il docente gioca cioè con il suo sapere matematico, come un giocoliere che manovra e assembla diversamente ciò che sa; non insegna l'Algebra, la Geometria, la Trigonometria nelle loro ben "levigate" sistemazioni, non srotola, né ricapitola, una matematica già fatta, ma rimescola, associa fatti, idee e procedure che ri-organizza in una rete robusta di ragionamenti e non in esili e canoniche catene deduttive.

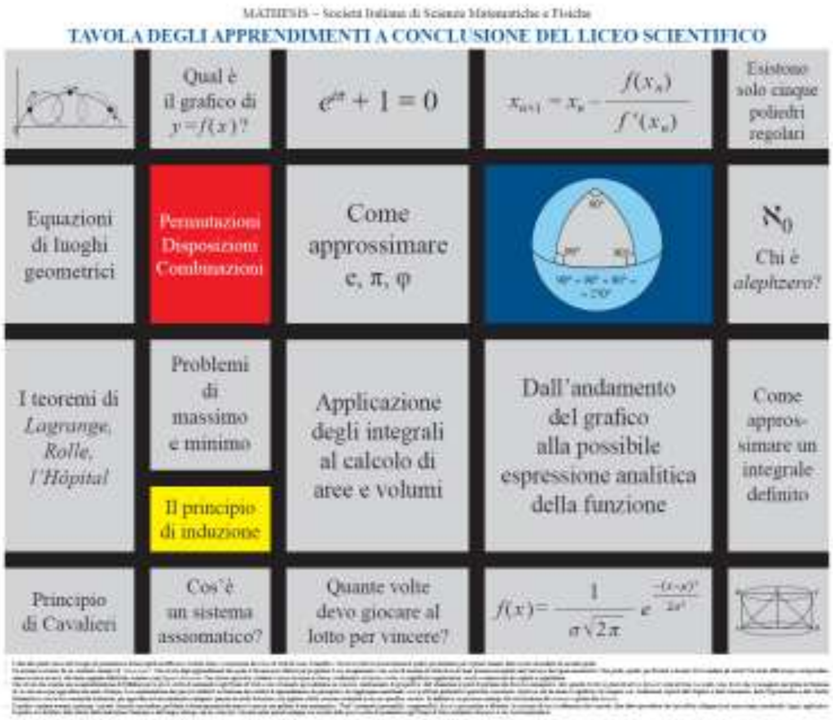

Figura 2

Non diversa è la storia che ha portato alla tavola degli apprendimenti attesi a conclusione del liceo scientifico, della sua sezione sportiva e dell'opzione delle scienze applicate. La selezione dei 21 risultati di apprendimento si è avvalsa di un attento e ampio lavoro di lettura, parola per parola, delle Indicazioni e anche dei pareri espressi dai docenti nelle annuali indagini Matmedia[4] sui risultati della prova scritta di matematica negli esami di Stato. I 21 risultati di apprendimenti hanno trovato posto in un quadro, notissimo, dell'olandese *Piet Mondrian* (1872-1944).

I due quadri, la Galleria del Teniers e la tavola del Mondrian, sono divenuti due poster realizzati per stare nelle aule scolastiche[5], appesi alle pareti, essere di stimolo allo studio e a pensare e parlare di matematica in un modo diverso, di essere cioè strumento di comunicazione della matematica, trovando nuove connessioni e modi efficaci per esprimersi. Una guida per i docenti, per la progettazione dei loro itinerari didattici: dove tendere? Ma anche un riferimento per gli studenti: le questioni matematiche verso cui volgere l'impegno di studio. La didascalia riportata a margine della tavola di Mondrian ne descrive in modo sufficientemente completo il significato e la portata:

- L'idea del quadro nasce dal bisogno di presentare in forma rapida ed efficace i risultati attesi a conclusione del corso di studi di Liceo Scientifico. Un lavoro fatto in prosecuzione di quello già realizzato per il primo biennio della scuola secondaria di secondo grado.
- Un insieme costituito da un contenuto numero di "*focal point*". Una tavola degli apprendimenti alla quale il docente può riferirsi per progettare il suo insegnamento, una sorta di stelle fisse da tener presenti navigando nell'universo del sapere matematico. Una guida, quindi, per discenti e docenti. Dove tendere gli sforzi? Un modo efficace per corrispondere, senza rovinosi eccessi, alle tante esigenze didattiche, e anche a una *flipped classroom*. Una classe capovolta: studiare a casa e lavorare in classe, confrontarsi sul lavoro svolto, su significati e applicazioni, storia e connessioni da cogliere e organizzare.
- Una tavola che è anche un Syllabus essenziale per la prova scritta di matematica agli esami di Stato e uno strumento per realizzare un concreto cambiamento di prospettiva: dall'attenzione ai punti di partenza

---

[4] Il sito www.matmedia.it nacque per iniziativa del MIUR nel 1998 come *laboratorio a distanza* per l'insegnamento della matematica. Dal 2001 al 2014 è stato il riferimento per le annuali indagini sui risultati della prova scritta negli esami di Stato conclusivi dei licei scientifici realizzate attraverso la collaborazione di MIUR- Mathesis-Seconda Università di Napoli.

[5] I poster sono stati realizzati per iniziativa della *Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche «Mathesis»* e distribuiti nelle scuole.

del discorso matematico, allo sguardo rivolto ai punti di arrivo, dove si vuole arrivare. La scelta, cioè, di ciò che va insegnato per prima in funzione di ciò che serve per approdare alla meta. Dunque, la ri-organizzazione dei percorsi didattici in funzione dei risultati di apprendimento da perseguire e da raggiungere annullando così le abituali gradualità e gerarchie concettuali. Qualcosa che ha anche il significato di rompere con i tradizionali capitoli dell'Algebra e della Geometria, della Trigonometria e dell'Analisi Matematica e con le loro canoniche trattazioni, per approdare ad una matematica integrata, pensata in modo *fusionista*, non tagliata a fette, ciascuna sistemata in un suo specifico cassetto. In definitiva, un processo analogo alla ricostruzione del continuo a partire dal discreto

- Il quadro contiene teoremi e principi, concetti, formule e procedure, problemi e forme geometriche esposti come in una galleria d'arte matematica. "Fatti" matematici percepibili, comprensibili, di cui si può parlare e dibattere. In ciascuno di essi si addensano altri concetti, altre idee e procedure che è possibile collegare in un'unica trama concettuale, logica, applicativa. Il quadro è il distillato della lettura delle Indicazioni Nazionali e dell'ampio dialogo che ha coinvolto i docenti nelle annuali indagini sui risultati della prova scritta di matematica agli esami di Stato realizzata attraverso il sito www.matmedia.it.

3. Il valore della lista

Le tavole di apprendimento, realizzate nell'ambito dei due progetti ministeriali, sono dunque una esplicitazione del significato normativo delle Indicazioni Nazionali e delle Linee Guida: quello che avrebbero dovuto essere e non sono. L'idea che ne è alla base, è dunque di presentare l'elenco di ciò che la Società e il governo del Paese hanno individuato come importante, da insegnare e da apprendere[6]. Pedagogicamente, una rivoluzione nel modo di pensare all'insegnamento, non più orientato a seguire una organizzazione standard e canonica della disciplina, ma a ri-costruire percorsi di spiegazione e di comprensione. Un rimescolamento dell'ordine della trattazione, di ciò che viene prima e ciò che viene dopo, di concetti primari e secondari, anzi, un vero ribaltamento dell'impostazione: i punti di partenza vengono scambiati con i punti di arrivo e sono questi a consigliare legami e connessioni. Alla base del lavoro effettuato c'è dunque l'idea di dover fornire una lista dei risultati di apprendimento. Le liste sono ovunque. Sono di cose belle e brutte, di persone, di

[6] Le fonti normative delle Indicazioni Nazionali e delle Linee Guida sono l'art. 21 della L.59/1997 e l'art. 8 del dpr 275/99.

fatti e di istruzioni per muoversi, capire e vivere. Conviviamo continuamente con esse, sono lo strumento più efficace di gestione della complessità e della quotidianità. Tante liste da provocare vere vertigini com'è il titolo del libro di U. Eco: *Vertigine della Lista* (2009).

Una lista, tra le tante, abbastanza interessante fu proposta pochi anni fa da *M. Minsky* (1927-), una delle più belle menti creative della seconda metà del XX secolo, padre dell'intelligenza artificiale. La lista di Minsky è una graduazione delle operazioni elementari compiute dall'uomo secondo il loro grado di complessità intellettuale. Ai primi gradini della scala gerarchica Minsky collocò le operazioni matematiche, le prime ad essere affidate a delle macchine, mentre pose abbastanza in alto, contrariamente a quanto comunemente creduto, operazioni usuali come riconoscere un volto noto in mezzo alla gente o anche rifare il letto o infilare un cuscino in una federa. Alla sommità della scala, Minsky pose il sorriso umano, operazione talmente complessa che mai, asserì, avremo robot che sappiano sorridere. La proposta di Minsky è una lista ordinata di operazioni ma pur sempre una lista. La matematica, che ha certo a che fare con la gestione dei processi mentali, è piena di liste famose. Lo sono ad esempio gli Elementi di *Euclide* – un elenco ordinato di 465 teoremi – e i 23 problemi che *David Hilbert* (1862-1943) presentò la mattina dell'8 agosto 1900 al Congresso Internazionale di Parigi[7]. Un elenco, quello di Hilbert, ove l'ordine non conta affatto, ma che contiene tutti i problemi che a quella data aspettavano di essere risolti. E, fatto importante, riscontrò un consenso unanime; nessuno accusò Hilbert di avervi inserito un problema ormai risolto o di averne mancato qualcuno. La lista era completa e ebbe enorme influenza: quei problemi giocarono il ruolo di "grandi" problemi, di veri e propri punti di riferimento o mete alle quali il lavoro dei matematici doveva tendere e mirare. Un'operazione di grande valore intellettuale, possibile solo per una mente capace di dominare tutta la matematica del momento, e di una utilità eccezionale.

Quei problemi aprirono tracciati di ricerca, ne illuminarono i percorsi e servirono ad indirizzare i giovani matematici, ma anche a rinnovare i corsi universitari e ad accendere il dibattito sull'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie. Di lì a poco molti dei problemi di Hilbert cominciarono ad avere una risposta e dai percorsi di ricerca prima illuminati ne conseguirono itinerari didattici, universitari e secondari, accettati ed universalmente seguiti. Dal punto di vista espositivo e didattico, si trattò di un avvenimento eccezionale che comportò una precisa ri-organizzazione della matematica tanto che spesso ci

[7] E' l'anno dell'esposizione universale il cui tema fu il *bilancio di un secolo.* Hilbert coerentemente presentò il bilancio della matematica "*Se vogliamo immaginarci lo sviluppo presumibile della conoscenza matematica nel prossimo futuro, dobbiamo far passare davanti alla nostra mente le questioni aperte e dobbiamo considerare i problemi che sono posti dalla scienza attuale e la cui soluzione attendiamo dal futuro. Questi giorni, che stanno a cavallo tra due secoli, mi sembrano ben adatti per una rassegna dei problemi* [....]"

si è interrogati sulla ripetibilità di una siffatta operazione. Una lista aggiornata al 1954 fu chiesta ad esempio a *John von Neumann* (1903-1957) che, però, declinò l'invito dichiarandosi "*incapace di spaziare in un così vasto campo*". Vent'anni dopo, nel maggio del 1974, l'*American Mathematical Society* organizzò uno speciale simposio con lo scopo di valutare gli sviluppi e le conseguenze di ognuno dei 23 problemi posti da Hilbert e allo stesso tempo anche con l'obiettivo di stilare un elenco dei problemi irrisolti; la consapevolezza della difficoltà dell'operazione indusse però a restringere il campo alle questioni che avessero un legame con i problemi di Hilbert, una sorta di filiazione diretta o anche riflessa. Il lavoro preparatorio del lavoro dell'AMS fu iniziato da *J. Dieudonnè* (1906-1992) e portato a compimento da *F.E. Browder* (1927-) attraverso una fittissima corrispondenza con matematici impegnati nei diversi campi di ricerca ed in ogni parte del mondo. Un lavoro impegnativo e, per quanto condensato in solo due volumi, enorme (Browder 1976). Il gran numero di matematici impegnati, la loro competenza specifica, le modalità stesse di listare i problemi per settori testimoniano di quanto varia e ricca fosse la matematica. Il prodotto di questo lavoro è una lista di circa 130 problemi suddivisi in 27 branche o aree della matematica e frutto delle risposte di una trentina di specialisti. Frutto cioè del lavoro di più intelletti e non la sintesi elaborata da una mente sola come fu il lavoro di Hilbert.

4. L'Antologia di Matmedia

Al lavoro di Hilbert si ispira l'*Antologia* pubblicata dal servizio in rete *Matmedia* per proporre un florilegio matematico fatto di liste. Accanto ai "grandi problemi" di Hilbert trovano posto "i grandi teoremi", "i grandi momenti", "i grandi matematici", "i grandi problemi dell'educazione" e, ancora, "i risultati più belli" secondo la lista definita, attraverso un referendum, dalla rivista *The Mathematical Intelligencer* e quella delle "tendenze attuali" nella didattica della matematica.

Come si vede, alcune delle liste dell'Antologia di Matmedia riguardano il settore della storia della matematica, un campo così palesemente sconfinato e indominabile da indurre *G.C. Rota* a definirlo un campo "disastrato" e asserire: ho conosciuto matematici che si sono votati allo studio della storia della loro disciplina cominciando abbastanza giovani e volendo partire dalle origini. La conclusione è stata che sono morti ultranovantenni senza andare al di là della matematica greca. Oggi è particolarmente enfatizzata la tendenza ad organizzare la storia segnando qualcosa, quasi a discretizzare ciò che è ontologicamente continuo: la freccia del tempo. Si sono realizzati così tentativi significativi di riorganizzazioni concettuali che pongono, tra l'altro, un legame profondo e produttivo tra scienza e comunicazione. Abbiamo storie organizzate per "grandi momenti" (H. Eves), "grandi capitoli" (M. Kline), "grandi matematici" (E.T. Bell), "grandi teoremi" (W. Dunham). In particolare, quest'ultimo di Dunham (1992) è un viaggio storico che nasce dalla instaurazione di una analogia inesplorata: "*discipline diverse come la letteratura, la musica e l'arte hanno tutte una loro tradizione critica di esame dei capolavori – i grandi romanzi, le grandi sinfonie, i grandi quadri – che sono considerati gli oggetti di studio più rappresentativi e illuminati. Con questo taglio si scrivono libri e si tengono corsi, al fine di consentire una maggiore familiarità con le pietre miliari della disciplina e con le donne e gli uomini che l'hanno creata*".

Quale l'analogo, in matematica, del capolavoro artistico, quali le pietre miliari della disciplina? Qui il taglio con cui sono stati scritti e si scrivono i libri è profondamente diverso e così il modo di studiarla e di presentarla: un unico grande romanzo, una sola grande sinfonia cui molti e progressivamente pongono mano, facendone poi perdere le tracce. Per Dunham è il teorema, il grande teorema, la vera *unità creativa* della matematica come il romanzo o la sinfonia lo sono rispettivamente per la narrativa e la musica. Così come i letterati selezionano autori e capolavori nella descrizione di una storia della letteratura, Dunham ha selezionato i suoi capolavori, i grandi teoremi atti a delineare un itinerario, uno dei possibili viaggi attraverso il genio matematico. I teoremi o pietre miliari che si incontrano in questo storico viaggio sono i seguenti:

1. La quadratura della lunula
2. La dimostrazione euclidea del teorema di Pitagora
3. L'infinità dei numeri primi
4. L'area del cerchio
5. La formula di Erone per l'area di un triangolo
6. La soluzione della cubica ad opera di Cardano
7. Il calcolo di π col metodo di Newton
8. La divergenza della serie armonica
9. La valutazione di $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots \ldots + \frac{1}{k^2}$
10. La confutazione di Eulero della congettura di Fermat
11. La non numerabilità del continuo
12. Il teorema di Cantor

Quello di Dunham è un viaggio storico che tiene conto:

a. degli uomini: i geni che hanno intravisto ed aperto nuove strade;
b. dell'importanza del risultato; ad esempio per le lunule di Ippocrate l'aver sconfessato
   l'opinione che aree racchiuse da curve dovessero tutte coinvolgere π;
c. della dimostrazione: è il ragionamento deduttivo la vera chiave dell'interpretazione storica, del sigillo di capolavoro, ed è anche la caratteristica fondamentale dell'insegnamento (fa parte, peraltro, dell'esperienza di ogni insegnante la consapevolezza che l'alunno che ha

capito la sua prima dimostrazione, ha stabilito un rapporto fecondo con la matematica).

Così posto il lavoro di Dunham mostra la sua rilevanza pedagogica e il suo viaggio realizza un effettivo itinerario didattico dove l'ordine e la continuità del discorso e dello sviluppo matematico sono ri-costruiti e ri-assemblati a partire da tappe ritenute significative: il globale dal locale. Un analogo delle tavole di Mondrian e del Teniers.

Se i nostri giovani al termine del loro corso di studi superiori sapessero parlare di ciascuno degli argomenti della lista di Dunham o degli argomenti, concetti e procedure appartenenti ad una qualsiasi altra lista stilata con un occhio rivolto al raggiungimento di traguardi matematicamente importanti come sono le tavole degli apprendimenti certamente potremmo essere più soddisfatti, la società avrebbe più conoscenze matematiche e meno da lamentarsi della loro carenza.

5. Conclusione

C'è chi vede nella produzione di queste liste una sorta di tendenza al cannibalismo, un voler fare a "pezzi" la matematica. Un modo per produrre lacerazioni nel corpo della matematica e cedere alla moda di stilare classifiche o hit-parade di risultati. Nessuno nega, però, che può essere stimolante fissare l'attenzione su alcuni caratteri, – storici, estetici, applicativi, spaziali, dialettici – e essere condotti a staccare, estrapolare un particolare risultato o formula o teorema dal suo contesto della comunicazione o derivazione standard o meglio dire dalla sua postazione nella sequenza dell'apprendimento canonico; a considerarlo, esaminarlo, ammirarlo anche, come un quadro, un'opera d'arte, cogliendone la portata e la ricchezza di significato; a vederlo e chiarirlo nella sua interezza; ad individuarlo, infine, quale punto nodale di una robusta rete didattica e non quale semplice anello di una fragile catena di inferenze logiche. Una modalità che dovrebbe far parte delle opportunità a disposizione del docente per stimolarlo ad indicare ai propri allievi, anche prima di srotolare la sua "rete" didattica, i punti di *singolarità* del suo progetto didattico, portandolo così, ad esempio, a fissare, per una classe del primo biennio:

• *la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma* perché la pone al centro dell'attività algebrica, il cuore stesso dell'algebra (a proposito ha descritto esperienze interessantissime la matematica polacca *Z. Krygowska*)

• *il teorema di Ruffini* perché lo ritiene il più bel teorema che gli alunni possono riformulare e dominare: *$P(x)$ è divisibile per x-a se e solo se $P(a)$*=0 e ancora perché rappresenta il passaggio dalla x considerata come lettera, mero simbolo, proprio dell'algebra, alla x trattata come variabile, propria del linguaggio delle funzioni e avvio all'*Analisi Matematica*

• *il teorema di Talete* perché punto nodale di sviluppo di uno dei capitoli più belli della geometria piana, un “*teorema fugace e dolce quanto un raggio di sole munito delle sue ombre. . .* ” secondo quanto ne dice M. Serres (1994) o in modo equivalente: la divisione di un segmento in n parti uguali che apre al *paradosso di Achille e la tartaruga* e alla dialettica *continuo/discreto*. Ma ancora e/o in alternativa: le proprietà angolari del cerchio, la misura del cerchio, l’infinità dei numeri primi, l’irrazionalità e il calcolo di $\sqrt{2}$, la sezione aurea di un segmento, ecc..

La rivoluzione compiuta sarebbe che in matematica ove tutto sembra indistinto, perché intimamente connesso in un ben determinato modo, ove non si può parlare di questo se non si è parlato prima di quello, ecc. finalmente si potrebbe parlare di qualcosa: gli alunni potrebbero anche saper dire che cosa sanno di matematica e prima ancora quale è il bersaglio del loro impegno di apprendimento e parlare e leggere e documentarsi su questo, eventualmente anche navigando in Internet.

Le tavole degli apprendimenti traducono, dunque, nel modo più incisivo possibile i principi scientifici, pedagogici e normativi delle Indicazioni Nazionali e delle Linee Guida e seguirle equivale a **fare matematica** non a ripercorrerla pedissequamente in una sistemazione già fatta! Equivale a costruirla, eventualmente con metodo laboratoriale e seguendo la via genetica, non scodellarla!

Bibliografia

SERRES M., (1994), *Le origini della geometria,* Feltrinelli, Milano, 1994

BROWDER F.E. (Edited by), (1976), *Mathematical developments arising from Hilbert Problems,* American Mathematical Society, Providence, Rhode Island.

DUNHAM W., (1992), *Viaggio attraverso il genio,* Zanichelli, Bologna, 1992

ECO U., (2009),*Vertigine della Lista*, Bompiani, Orio al Serio (BG)