

Formazione dei docenti e *Bildung*: proposta teorica di un quadro di riferimento (Teacher Training and *Bildung*: Theoretical Proposal for a Framework)

Tullio Aebischer*

Abstract

Teaching diagrams will be introduced as an extension of Develay's teaching triangle, both to highlight teacher self-development and to correlate them with the categories of the *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) framework. These diagrams and MKT are then contextualized within the philosophical-pedagogical framework of German Neohumanism (18th-19th centuries) and Gadamer's hermeneutics (20th century). This will constitute the proposed coordinated framework for teacher self-development, called BMDD.

Keywords: teacher self-development; *Bildung*; *Mathematical Knowledge for Teaching*; Teaching diagrams.

Sunto

Si introdurranno i diagrammi didattici come ampliamento del triangolo didattico di Develay sia per evidenziare l'attività di auto-formazione del docente[†] sia per correlarli alle categorie del quadro di riferimento della *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT). I suddetti diagrammi e la MKT sono, poi, contestualizzati nel quadro di riferimento filosofico-pedagogico della *Bildung* del Neumanesimo tedesco (XVIII-XIX sec.) e

* Ph.D. School, Dip. di Matematica (Università di Roma Tor Vergata, Roma, Italia); aebischer@mat.uniroma2.it; aeb5tul@gmail.com; ORCID 0009-0004-8102-1985.

con l'ermeneutica di Gadamer (XX sec.). Il tutto costituirà la proposta di quadro di riferimento coordinato per l'auto-formazione del docente denominato BMDD.

Parole chiavi: auto-formazione docente; *Bildung*; *Mathematical Knowledge for Teaching*; diagrammi didattici.[‡]

1. Premessa

La realtà dell'insegnamento si configura come un sistema complesso difficile da inquadrare in una 'teoria del tutto', come si direbbe in ambito fisico. Per poterne, comunque, affrontare lo studio si utilizzano vari quadri di riferimento con lo scopo di semplificare il sistema in sottosistemi connessi per identificare meglio le variabili, le relazioni, e progettare la fase sperimentale [Iori, 2016]. Dalla riflessione su quanto analizzato con la *Grounded Theory* nei questionari compilati dai partecipanti ai moduli svolti dall'Autore per i corsi di abilitazione di matematica, ossia formazione degli insegnanti *pre-service*, si è ritenuto necessario costruire un nuovo quadro di riferimento.

In letteratura si documenta la formazione dei docenti in connessione con l'attività in classe e sui problemi psicologici degli studenti [Radford, 2014]. Nessun pregiudizio su tale visione, ma si ritiene di dover considerare a monte una formazione dei docenti indipendente da come avverrà e si affronterà la trasposizione didattica degli argomenti matematici. Si ritiene questa impostazione utile per analizzare un'auto-formazione che non mi dica in prima istanza cosa fare in classe (educazione), ma che mi fa essere (formazione) per poter andare in classe [Gadamer, 2000] in maniera più efficace. Con tale punto di vista si vuole capovolgere il paradigma 'la scuola è formata dal docente' in quello che 'il docente è la scuola'.

In quanto si dirà, ci si muoverà nell'ambito della formazione dei docenti di matematica della Secondaria di I Grado per affrontare la questione, esperita dall'Autore come docente, della diversa sensibilità nei confronti della matematica stessa. Infatti, rispetto alle classi di concorso di matematica della Secondaria di II Grado, a quella di Matematica e Scienze della Secondaria di I Grado vi si può accedere con una quarantina di percorsi universitari diversi. Apprezzando, comunque, la varietà di esperienze

[†] Per non appesantire la lettura si è scelto di usare il genere dell'Autore intendendo prendere in considerazione entrambi a meno che ne sia necessaria la distinzione. Lo stesso si è fatto per la figura dello studente.

[‡] Received on October 25, 2025. Accepted on December 20, 2025. Published on December 31, 2025. doi: 10.23756/sp.v13i2.1719. ISSN 2282-7757; eISSN 2282-7765. ©Tullio Aebischer. This paper is published under the CC-BY licence agreement.

formative, un approccio condiviso ai concetti matematici da insegnare e non sugli argomenti, renderebbe più agevole coordinarsi per la progettazione di attività in comune. Proprio in tal senso la suddetta analisi dei questionari ha evidenziato come sia innata in molti partecipanti la continua propensione a ciò che deve svolgersi in classe come se si dovesse seguire un protocollo preordinato. Molto bassa, invece, è la propensione a una consapevolezza dei concetti matematici per essere protagonisti della trasposizione didattica in classe.

Nella formazione dei docenti, sia di quelli *pre-* che quelli *in-service*, si ritiene fondamentale una preparazione non solo in matematica e in didattica della stessa, ma anche in epistemologia della matematica. I motivi che supportano questa affermazione sono due: culturale e professionale. Il primo sta nella figura stessa del docente che, per prima cosa, deve operare una trasposizione didattica del sapere accademico in sapere insegnato tenendo conto delle caratteristiche scolastiche degli studenti e come deve comunicare tale sapere. Il secondo sta nel fatto che gli ostacoli chiamati epistemologici richiedono, per essere aggirati o risolti, una profonda consapevolezza e conoscenza dei concetti stessi. Per non rendere la matematica una disciplina dell'Empireo, una buona competenza epistemologica si basa su una di tipo storico, dato che i due aspetti si devono considerare profondamente intrecciati [D'Amore, 2004].

Se i suddetti motivi si possono vedere come *interni* al docente, dal punto di vista *esterno* si deve considerare che in una società ad alta intensità di conoscenza, dove scienza e tecnologia rivestono un ruolo di primo piano, la facilità di accesso all'informazione, verificata e non, amplifica il rischio di formarsi credenze errate. Di qui il compito della scuola di formare cittadini epistemicamente competenti che sappiano agire in modo responsabile all'interno degli ecosistemi informativi in cui vivono. Per tale motivo vi deve essere una trasposizione didattica delle discipline scientifiche finalizzata a far emergere anche la loro sintassi [Tombolato, 2023].

Il quadro di riferimento che si proporrà non ha lo scopo di indicare quali argomenti considerare e in che modo presentarli, ma di descrivere un ambiente di auto-formazione storico-epistemologico-tecnico che sia un utile e condiviso *habitus* mentale di discussione e progettazione. L'idea fondante è di separare, senza scollegare, il concetto di formazione da quello di educazione per considerare a sé la figura del docente prima che interagisca con la classe. L'obiettivo primario è di migliorare e/o trasformare la consapevolezza che si ha della matematica [Dossey, 1992] andando al di là della conoscenza tecnica e per fare propri i significati dei concetti matematici considerandone lo sviluppo storico-filosofico. Inoltre, si rende necessario un quadro di riferimento operativo che identifichi la conoscenza che si va a formare e migliorare il più ampio contesto disciplinare-pedagogico. Il quadro di riferimento coordinato che si descriverà

ha le caratteristiche di una teoria in didattica della matematica per la formazione dei docenti [Prediger *et al.*, 2008].

In Figura 1 si sono schematizzate le relazioni tra i vari nuclei fondanti presi in considerazione per il nuovo quadro di riferimento evidenziando la centralità dell'auto-formazione del docente. La proposta che si descriverà sarà denominata quadro di riferimento coordinato BMDD dalle iniziali dei quattro nuclei fondanti: *Bildung*, *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), Diagrammi didattici e Docente.

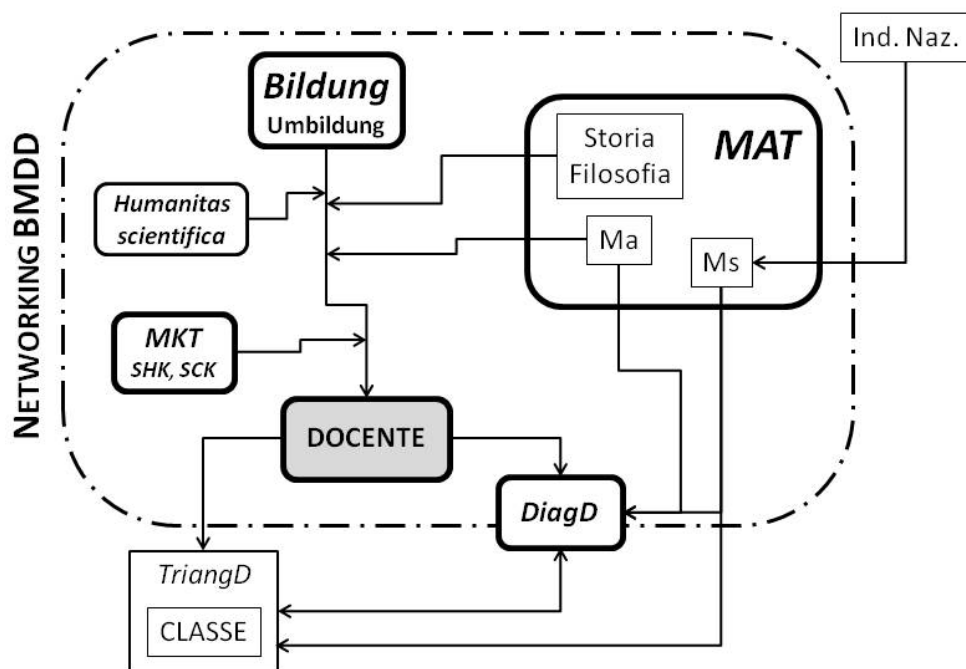


Figura 1. Schema del quadro di riferimento coordinato BMDD (elaborazione dell'Autore).

Per una comprensione d'insieme le sigle presenti in Figura 1 hanno i seguenti significati:

- *Ma*: matematica accademica che ha l'obiettivo di far avanzare la conoscenza matematica senza preoccuparsi di tenere memoria del processo ideativo e costruttivo della teoria, e con la sola necessità di dimostrare la validità del risultato;
- *Ms*: matematica scolastica che focalizza la sua attenzione sul processo tecnico ed epistemologico che ha portato alla dimostrazione finale, cogliendo come

possibili spunti didattici, in funzione metacognitiva, errori, critiche, persino percorsi che non hanno portato a risultati;

- *Storia e Filosofia*: costituiscono la matematica come disciplina non solo scientifica, ma anche culturale, umanistica;
- *Humanitas scientifica*: approccio umanistico-scientifico propugnato da F. Enriques (1871-1946) all'inizio del XX sec;
- *Ind. Naz.*: documentazione che in un sistema d'istruzione permette di enucleare dalla matematica accademica gli argomenti compatibili con il grado scolastico preso in considerazione. In Italia si chiamano *Indicazioni Nazionali* [MIUR, 2012];
- *MKT*: quadro di riferimento della *Mathematical Knowledge for Teaching* e le due categorie più connesse al quadro di riferimento proposto;
- *TriangD*: Triangolo didattico di M. Develay (1943-);
- *DiagD*: i proposti Diagrammi didattici.

2. I motivi della scelta

Il considerare l'ambiente filosofico-pedagogico tedesco deriva dal fatto che la ricerca sulla storia dell'insegnamento e dell'apprendimento della matematica costituisce un campo, da un lato, con una notevole tradizione e, dall'altro, con recenti rapidi sviluppi. Infatti, durante il XIX sec. erano già stati pubblicati numerosi studi, i più noti dei quali, finora, provenivano dalla Germania. Uno degli obiettivi di queste pubblicazioni era la storia dell'insegnamento della matematica in specifiche scuole. La prima pubblicazione risale al 1843 e valutava l'evoluzione del curriculum di matematica dalle riforme illuministiche a quelle del Ginnasio prussiano [Schubring, 2014]. Studi precedenti risalgono agli inizi del XIX sec. con la riforma del sistema educativo da parte di W. v. Humboldt (1767-1835) nel 1810 [Gellert *et al.*, 2019].

L'attenzione alla didattica dell'area tedesca è supportata dalla sua propensione alle analisi e specificazioni epistemologicamente sensibili dei contenuti matematici, e agli aspetti pedagogici che si ritrovano nella *Mathematical Knowledge for Teaching* di Shulman [1986] [Pepin, 2009; Prediger & Erath, 2014].

In relazione a quanto detto, si è iniziato a considerare l'Umanesimo in generale a seguito dell'esplicito riferimento che se ne fa nelle *Indicazioni Nazionali* italiane nel paragrafo 'Per un nuovo Umanesimo'. Si evidenzia, però, che nel suddetto paragrafo si descrive un Umanesimo che ruota intorno all'Uomo proteso all'interazione con la realtà per operare con le varie discipline e tematiche. Quasi nulla si prospetta sulla necessità di una trasformazione interiore dello studente, e quindi del docente, affinché l'atto

didattico non sia solo una trasmissione di nozioni, ma anche un sentire profondo del docente mirato a cogliere i significati epistemologici dei concetti matematici.

L'attenzione alla pedagogia tedesca nasce anche da alcune considerazioni storiche specifiche della realtà italiana.

F. De Sanctis (1817-1883) propose di ispirarsi al modello tedesco per la formazione dei docenti secondari. L'urgenza della formazione dei docenti fu segnalata anche dal ministro Matteucci nel 1862, quando al Senato si domandava perché non importare il modello delle scuole normali attuato in Francia e in Prussia [Monsagrati, 2013]. Infatti, in Germania la politica di formazione dei docenti iniziò già verso la fine del XVII sec. a opera di A.H. Francke (1663-1727) istituendo le *Fondazioni Francke* (1698; *Franckesche Stiftungen*) e i *Seminarium praeceptorum*.

La legge Casati (1861) sull'istruzione, fondamento dell'ordinamento scolastico italiano dall'Unità alla riforma Gentile (1923), si ispirò al modello prussiano sia nell'impianto generale che nel sistema organizzativo gerarchizzato e centralizzato [Morandi, 2014].

Un'altro confronto con il modello tedesco fu del direttore della Normale di Pisa prof. P. Villari (1827-1917) che dopo la sua nomina (1862) si recò in Germania e in Inghilterra dove fu favorevolmente colpito dai metodi d'insegnamento e dai contenuti dei corsi di formazione dei docenti.

Si ricorda, infine, come nell'Italia nord-orientale rimase l'influenza della pedagogia tedesca fino agli anni Venti del XX sec. resistendo all'adeguamento dei programmi d'insegnamento della matematica dopo la Grande Guerra (1918-1923). Gli insegnanti triestini, pur di sentimenti italiani, rimasero fedeli alle concezioni didattiche e pedagogiche che avevano sviluppato nel corso dei loro studi nelle Università austriache e che avevano applicato proficuamente nella pratica scolastica [Zuccheri & Zudini, 2012].

Il movimento filosofico-pedagogico tedesco con al centro la *Bildung* lo si considererà l'ambiente di riferimento per l'auto-formazione dei docenti [Broccoli, 2024]. Infatti, si desidera interpretare la didattica come scienza che non si occupa solo di 'che cosa fare' nel corso dei processi di educazione e istruzione, ma anche di 'come essere' negli stessi percorsi formativi [Gennari, 2002].

3. Neumanesimo tedesco e la *Bildung*

Le grandi categorie storiche su cui l'Occidente ha costruito il suo profilo umanistico e che formano un *fil rouge* che porta alla *Bildung* del Neumanesimo tedesco sono la *paideia* greco-classica, l'*humanitas* romano-latina, la *perfectio* cristiano-medioevale e la *dignitas hominis* umanistico-rinascimentale. Esse si identificano con le rispettive

periodizzazioni dell'epoca greco-classica, romano-latina, cristiano-medioevale e umanistico-rinascimentale che fanno da sfondo alla storia dell'Europa. Da questo punto di vista, il rapporto tra la storia della formazione, non intesa come creazione e/o nascita, dell'Uomo e del singolo individuo è un legame strutturale [Sola, 2018].

Le prime attestazioni del termine *Bildung* si ritrovano nella filosofia medioevale tedesca in uno dei sermoni di Meister Eckhart (1260-1327) [Gennari, 2014]. Ogni persona ha la sua originarietà formativa (*Urbildung*) evidenziando il concetto essere-differente. Con tale visione la pedagogia deve costruire un dialogo interdisciplinare per rafforzare il legame tra le scienze dello spirito (*Geisteswissenschaften*) e le scienze della natura (*Naturwissenschaften*). Questo dialogo interdisciplinare si deve attuare nell'Uomo come una trasformazione che si espliciti in un processo dinamico. Un processo dinamico nel quale l'attività formativa non deve fare *tabula rasa* di quanto appreso, ma deve avere come obiettivo il miglioramento conservando una personalità acquisita (*Urbildung*). La perfezione non è più in qualche luogo dell'ancestrale passato, ma nel percorso per conseguire nuove conoscenze. Tale atteggiamento si evidenzia nei saperi e nelle scienze con le quali l'Uomo prova a comprendere sé stesso e la realtà che lo circonda in un continuo dinamismo gnoseologico.

Focalizzandoci sulla *Bildung* del Neoumanesimo tedesco, l'ultimo grande umanesimo europeo, la stagione classico-romantica dell'area tedesca (attuali Germania, ex Prussia, Svizzera e Austria) si inserisce in quello che viene denominato il *Grande Secolo Tedesco* (1750-1850) o *Weimarer Klassik* o *Deutsche Klassik* o *Sturm und Drang* o *Frühromantik*, ma soprattutto *Goethezeit* [Gennari, 2023]. Sintomatico di questo periodo è quanto J.W. v. Goethe (1749-1832) scrisse a F. Schiller (1759-1805) nella lettera del 19 dicembre 1798: *mi è odioso ciò che mi istruisce solo, senza accrescere o vivificare la mia attività*.

Durante l'Illuminismo tedesco (*Aufklärung*) di fine XVIII sec. il filosofo e letterato tedesco J.G. Herder (1744-1803) propose come ideale supremo la formazione dell'Umanità con la sua opera *Ancora una filosofia della storia della Bildung dell'Umanità* (*Auch eine Philosophie der Geschichte zur Bildung der Menschheit*, 1774). Questa formazione è guidata dalla motivazione (*Vernunft*) che denota volontà e dinamismo. Se negli scritti di Meister Eckhart si intravedono alcune caratteristiche del concetto della *Bildung*, sarà Herder a utilizzare questo termine in modo estremamente simile alla modalità descritta nel pensiero del primo Hegel. Herder, infatti, qualifica la *Bildung* come una prassi, dandole il significato di formazione dell'individuo e al contempo del mondo da lui abitato, rispetto a scopi che si definiscono con lo svolgersi del processo stesso. La ragione, caratteristica distintiva dell'Uomo, diviene lo strumento per illuminare i processi conoscitivi. Entro tale orizzonte gnoseologico la *forma mentis*

umana si trasforma, sia nel campo filosofico che scientifico, in modo che il mondo, la Natura, l'Uomo siano osservati secondo una cultura della critica. L'individuo come unità, ma aperto alla molteplicità del mondo, si collega al diffondersi negli ambienti tedeschi di quegli anni dell'ideale romantico che si interessa alla tradizione del viaggio di formazione (*Wanderung*). Il viaggio di formazione può essere materiale, ossia un vero viaggio come fecero molti intellettuali specie in Italia, o metaforico o intellettuale, p. es. un corso di dottorato, dove lo spirito dell'Uomo (*Geist*) vi assume un ruolo preminente sia nella vita che nelle modalità d'interpretazione della realtà.

Anche il contemporaneo Humboldt riflette sul concetto della *Bildung* con il suo frammento *Teoria della Bildung dell'Uomo* (*Theorie der Bildung des Menschen*, 1793/1794) [Humboldt, 1793/1794; Östling, 2018] distanziandosi da Herder sul ruolo dello Stato nella formazione dell'individuo [Heidt, 2015]. Infatti, se Herder assecondava un ruolo attivo dello Stato nel processo della *Bildung* che coinvolge il singolo, Humboldt, al contrario, ritiene che lo Stato si debba il più possibile astenersi dall'agire, data la sua completa ignoranza riguardo a cosa sia meglio per l'individuo. In coerenza con tale finalità, Humboldt, come poi farà anche G.W.F. Hegel (1770-1831), accosta il concetto della *Bildung* a quello della finalità interna di stampo kantiano. Per I. Kant (1724-1804), infatti, tutto ciò che il vivente fa è in vista di uno scopo, ma per non avvalorare una visione escatologica introduce il concetto di finalità interna, ossia il vivente avrà come fine quello di diventare pienamente e autenticamente sé stesso. L'accostamento operato da Humboldt tra *Bildung* e finalità interna kantiana risulta efficace perché rende la dinamicità del processo di formazione del singolo, dinamicità stessa del vivente. Questa dinamicità è qualcosa di fluido nel senso che è in grado di permanere identico a sé stesso pur nel suo divenire continuamente qualcosa di altro da sé: il sé che si trasforma in un altro sé, per poi essere riconosciuto come sé autentico perché fatto proprio. Per Humboldt, quindi, il processo di formazione è il fine stesso dell'individuo che esperisce tale processo che deve essere coltivato lungo tutta la vita [Miyamoto, 2022].

L'ideale di formazione della *Bildung* è un'immagine dell'uomo positiva, volta alla valorizzazione della diversità individuale e avversa a ogni costituzione che voglia uniformare, appiattendolo le singole personalità [Conti, 2021]. Il punto fondamentale è sempre l'attenzione verso la libertà, l'autonomia, la specificità dell'individuo. Perché se la pienezza dell'umanità scaturisce solo dalla pura forza dei diversi individui, allora dalla diversità, dalla singolarità degli individui dipende il senso stesso di umanità.

Le riflessioni di Humboldt definiscono la differenza tra *Bildung* e *Kultur*. Mentre questo ultimo termine sarà sempre più utilizzato per indicare l'educazione delle facoltà, i talenti, quindi l'acquisizione di abilità, il termine *Bildung*, invece, indicherà la

Formazione dei docenti e la Bildung: il quadro di riferimento BMDD

'formazione' in senso originario, quella dimensione di apertura di senso a partire dalla quale e solo dentro la quale ogni *Kultur* può pienamente attuarsi. La *Bildung* è il ricco mondo simbolico dei concetti che, da un lato, determina, definisce, crea l'umano, dall'altro ne è invece definito, continuamente trasformato e arricchito. Troppo spesso, però, del significato come processo se ne perde memoria. Difatti, dalla consuetudine di appiattare il divenire sull'essere ne consegue che *Bildung*, come l'altro termine moderno di *Formation*, stia a indicare piuttosto il risultato di questo processo che il processo stesso.

La *Bildung* permea l'opera di Hegel della *Fenomenologia dello spirito* (*Phänomenologie des Geistes*; 1807). In questa opera si descrive il percorso che ogni individuo deve esperire, partendo dalla propria coscienza, per identificare i fenomeni attraverso i quali lo spirito tende al sapere assoluto. Per quanto detto questa opera è qualificabile come un *Bildungsroman* (romanzo di formazione) [Saeverot, 2023]. Su tale linea di pensiero:

Secondo Goethe, "il tedesco si serve opportunamente del termine Bildung, per indicare sia ciò che è già stato prodotto, sia ciò che sta producendosi". [...]

Il testo, in questo senso, non è contenuto appartenente ad un canone, non è dato una volta per tutte, ma appare e riappare in ogni istante, come per magia, diverso.

Ecco dunque il Bildungsroman, il "romanzo di formazione", che guarda all'apparire della persona, alla sua origine: descrive così, dal di dentro, osservate nel loro nascere, attraverso le emozioni, le passioni, i dolori e le continue scoperte, l'evolversi del protagonista verso la maturità e l'età adulta. [...] Non c'è formazione senza trasformazione, senza auto-formazione [Varanini, 2012, p. 4]

La *Fenomenologia*, quindi, va a costituire l'ingresso nella scienza, una sorta di analisi preliminare dei presupposti che condizionano le nostre modalità conoscitive, poiché solo una volta che tali preconconcetti saranno conosciuti si potrà procedere all'enunciazione del sistema vero e proprio. La *Bildung*, per Hegel, sarebbe un continuo movimento di frattura, che ripropone un senso di smarrimento nella vita degli esseri umani innescando il processo di trasformazione [Sørensen, 2015]. Si noti che si tratta di un concetto prettamente negativo che designa un processo di continua rottura dell'intero, senza il quale, però, l'intero potrebbe esistere solo come unità ingenua che non esperisce il confronto con l'altro e senza cogliere l'occasione storica di trasformarsi. Questa staticità infruttuosa viene movimentata dalla volontà e necessità di esperienza continuamente rilanciata dalla *Bildung*. Nella *Fenomenologia*, dunque, con il termine *Bildung* si intende quell'insieme di pratiche di formazione del singolo attraverso le quali la continua frantumazione e ricomposizione garantisce che il mondo all'interno del

quale il soggetto vive possa essere qualificato come un prodotto del suo costante lavoro, ciò che gli permette di riconoscersi eticamente nel mondo che abita [Gerardi, 2012]. Il sé emerge dalle esperienze di *Umbildung* non solo riunificato, ma anche ampliato perché ha acquisito un'esperienza preziosa. Quando il sé risolve con successo il problema che ha avviato il processo, ottiene una conoscenza che ha testato per sé stesso ottenendo l'autodeterminazione. In questo processo esperienziale, il concetto di *Bildung* di Hegel si coordina con la sua visione secondo cui la conoscenza si ottiene solo dall'esperienza e richiede anche di cercare, come il protagonista di un romanzo di *Bildung*, la più ampia varietà di esperienze. Pertanto, l'apprendimento implica attività, una ricerca appassionata della verità, uno sforzo individuale e responsabile. Di conseguenza, piuttosto che una teoria della conoscenza, Hegel ha sviluppato una teoria dell'apprendimento e la filosofia è diventata la filosofia dell'educazione. Infine, l'enfasi sulla conoscenza di sé, una percezione accurata dei propri talenti, interessi, limiti e capacità, spiega le sue critiche alla fissazione dell'Illuminismo su una concezione della conoscenza ristretta alla ricerca di una verità indubitabile.

4. L'aspetto pedagogico

Fin qui si è voluto esporre il concetto e la storicità dell'ideale della *Bildung* perché è pedagogicamente non comune nella tradizione italiana e ancora di più nella letteratura della didattica della matematica.

Il concetto della *Bildung* compare negli studi pedagogici italiani a partire dagli ultimi decenni del Novecento [Böhm, 1991; Gennari, 1995; Kaiser, 2006] configurandosi come quel processo *attraverso cui siamo diventati noi stessi proprio così come siamo* [Gennari, 2001]. Pur strettamente coinvolta nel rapporto educativo, la *Bildung* trascende l'elemento relazionale che si instaura tra educatore ed educando, poiché identifica la formazione di ogni singolo essere umano. All'originario concetto della *Bildung* (formazione umana) si accosta quello di *Umbildung* (trasformazione). Ripresa dagli scritti di Goethe, essa dischiude una particolare fecondità pedagogica, poiché indica l'insieme delle *trasformazioni che danno forma alla formazione dell'Uomo*, le quali *non sono causate dal solo mondo esterno, ma si originano anzitutto nel mondo interiore del soggetto* [Sola, 2003]. È il pensiero a determinare la volontà di trasformarsi dell'essere umano mentre ciò che rimane inalterato nonostante il trascorrere del tempo è l'*Urbildung*, ossia la formazione originaria. La formazione umana è la risultante dell'intrinseca polarità tra *Bildung* e *Umbildung*, perché la formazione si apre perennemente a nuove possibili trasformazioni e allo stesso tempo queste ultime si originano in ragione della formazione cui costantemente tendono.

Dal punto di vista pedagogico e per quanto illustrato, la formazione dei docenti necessita della separazione tra la formazione personale e la formazione dello stare in classe distinguendo, quindi, tra formazione e didattica [Danner, 1994]. In questa ottica la pedagogia tedesca si differenzia da quella italiana divenendo funzionale alla presente proposta:

Mentre la tradizione pedagogica italiana ha considerato l'educare come la transizione di un patrimonio culturale da un soggetto all'altro, la tradizione pedagogica tedesca – alla quale Gadamer apparteneva e ne rimarrà sempre parte viva – si è servita del termine *Bildung* per asseverare il processo autoformativo dell'uomo. Per cui, nella lingua tedesca al verbo *bilden* (formare) corrisponde il formare se stessi e al verbo *erziehen* (educare) corrisponde l'educazione dell'altro. Al contrario, nell'ambito linguistico italiano la formazione è sempre considerata (almeno fino alla metà degli anni '90 del XX secolo) nel 'formare l'altro' e il termine educazione è ancora oggi impiegato quasi esclusivamente secondo il senso di un 'educare l'altro' soggetto che ci sta di fronte. Ecco perché le coppie *Bildung* ed *Erziehung* e *bilden* ed *erziehen* non sono sinonimi, mentre nella cultura pedagogica italiana lo sono sempre state 'formazione' ed 'educazione', nonché 'formare' ed 'educare' [Gennari, 1999, p. 37].

L'importanza di recuperare l'approccio pedagogico-filosofico della *Bildung* si fonda sull'idea etica di svincolare non solo l'insegnamento, ma anche la formazione dei docenti dall'odierno e ritenuto imprescindibile fine utilitaristico, evidenziato nelle *Indicazioni Nazionali*, ma ancora di più nelle *Linee guida per le discipline STEM* [MIM, 2023]. Fine utilitaristico che da solo, si ritiene, non permetterebbe di sviluppare a pieno la creatività e l'intuizione che lo scienziato deve avere prima di rendere rigoroso il suo pensiero [Hadamard, 2022]. Avvalorando l'originarietà di tale necessità si consideri che già Humboldt all'inizio del XIX sec., epoca di consolidamento del Neoumanesimo tedesco, auspicava una formazione sì collegata con la realtà, ma anche mirata alla pura ricerca.

5. L'*Humanitas scientifica*

L'approccio interdisciplinare alla scienza di F. Enriques (1875-1946) è denominato *Humanitas scientifica* o filosofia scientifica ed ebbe origine dalle sue riflessioni sul rapporto tra rigore e intuizione [Giacardi, 2023]. Si ritiene che queste riflessioni siano in linea con il descritto ideale della *Bildung* volendo considerare la filosofia scientifica un approccio integrale e consapevole al sapere. Enriques vedeva nell'hegeliana triade tesi-antitesi-sintesi una possibilità dinamica per giungere al sapere speculativo evidenziando, però, l'importanza della fase sperimentale a supporto di una dialettica della continua

approssimazione [Enriques, 1912]. Per tale motivo si ritiene che quanto proposto da Enriques e che non ebbe fortuna in Italia per l'opposizione del neo-idealismo italiano di B. Croce (1866-1952) e G. Gentile (1875-1944) [Nicotra, 2020; 2024], sia il tentativo di ricostruire l'unitarietà tra *Geisteswissenschaften* e *Naturwissenschaften* [Enriques, 1921]. Per tale motivo nel *Programma della Rivista di scienza. Organo internazionale di sintesi scientifica* fondata nel 1907, Enriques denunciava il *particolarismo scientifico* delle varie scienze [Enriques, 1907]. L'intento di Enriques era di formulare un codice speculativo che potesse avvicinarsi per finalità a ciò che la tradizione epistemologica europea da tempo vantava e dei cui contenuti quella italiana era drammaticamente quasi del tutto digiuna. La suddetta tradizione aveva i suoi rappresentanti negli ambienti statunitensi e in quella dei Circoli di Vienna (*Wienerkreis*) e Berlino. In Italia Enriques fu il più strenuo sostenitore dell'unitarietà della cultura, adoperandosi per portare nel pensiero scientifico lo spirito umanistico [Pompeo Faracovi, 2006].

L'impresa scientifica ha in sé una dimensione spirituale e non solo quella della semplice scoperta passiva della realtà esterna. La scienza è, nelle stesse parole di Enriques,

non più concepita come pura rivelazione di una verità esteriore, bensì come conquista e attività dello spirito [... che] si fonde nell'unità dello spirito colle idee, coi sentimenti, colle aspirazioni che si esprimono nei vari aspetti della cultura [Enriques, 1938, p. 131].

L'argomentazione sull'*Humanitas scientifica* che Enriques fa nelle sue opere ci aiuta ad avere delle indicazioni operative su come perseguire il processo della *Bildung*. La suddetta unitarietà si rende necessaria allorquando ritiene che l'intuizione abbia un ruolo essenziale a livello inventivo e chiarificatore dal punto di vista didattico per poi essere resa rigorosamente logica quando i dati diventano formalizzati ed espliciti [Bussotti, 2008].

La convinzione di Enriques [1938] che l'insegnamento della scienza possa trarre beneficio da una maggiore attenzione alla sua dimensione storica ed epistemologica accomuna studiosi di ambiti disciplinari diversi. Si tratta, tuttavia, di un consenso che fatica a tramutarsi in concrete proposte che possano orientare l'agire didattico del docente sia per l'intrinseca complessità del progetto, sia a causa dei curricula universitari scientifici che, in genere, non prevedono approfondimenti sulla natura storico-filosofica della scienza. Questa lacuna nel percorso di studi unitamente all'ancora diffuso pregiudizio delle due culture, alla consuetudine, a volte implicita, a reiterare i contenuti delle indicazioni programmatiche della manualistica nonché all'oggettiva ampiezza e profondità dei saperi coinvolti che rappresentano settori di

ricerca accademicamente distinti e caratterizzati da metodologie differenti, rischia di minare la fattibilità di una formazione multiprospettica dei docenti. Promuovere la conoscenza sulla scienza equivale a riconoscere la necessità di introdurre nell'insegnamento questioni di ordine epistemologico imparando a utilizzarle a fini formativi [Tombolato, 2023]. L'approccio epistemologico è, quindi, il tipo di sguardo che indaga la struttura e il funzionamento dei processi della mente allo scopo di stabilire che cosa sono in grado di fare e di conoscere. Proprio perché si tratta di uno sguardo da un diverso livello e dall'esterno, non direttamente coinvolto nella dinamica interna, linguistica e concettuale, delle singole discipline, esso è in grado di vedere le possibili relazioni tra i diversi ambiti disciplinari orientandosi naturalmente all'interdisciplinarietà e alla transdisciplinarietà. Non che il sapere specialistico non sia importante, ma visto l'attuale ritmo dei processi di innovazione, esso rischia di diventare rapidamente obsoleto e non integrabile con l'esterno. L'evoluzione verso il nuovo è, invece, possibile se le competenze specialistiche sono accoppiate con una robusta base di competenze generali che servano a comprendere, prima che a eseguire, a valutare, prima che a calcolare, a comunicare, prima che a decidere.

Sul rapporto tra Enriques e la filosofia è opportuno osservare che l'appellativo di matematico-filosofo va inteso che la filosofia è 'dentro' la matematica sia come elaborazione dei problemi matematici che pongono interrogativi filosofici, sia nel modo di intenderne le finalità, gli oggetti e gli strumenti facenti parte del fare matematica e in qualche modo condizionandola. La matematica ha una valenza filosofica ed è un luogo privilegiato dell'attività universale del pensiero [Pompeo Faracovi, 2006].

L'approccio di Enriques alla scienza può essere definito genetico e umanistico, con una chiara influenza di Klein [1908]. Genetico in quanto i concetti scientifici vengono prima acquisiti psicologicamente e poi sottoposti alla verifica formale. In questa ottica, una speciale attenzione viene attribuita alla storia della scienza, nella sua funzione di ricostruzione della genesi delle teorie scientifiche. L'impostazione genetica delle teorie scientifiche è il risultato di un processo che tende all'oggettività spingendo a un livello sempre più alto la soggettività delle rappresentazioni mentali [Nicotra, 2018]. Altra influenza di Klein la si ritrova nella lettera scritta nel maggio 1888 a F. Althoff (1839-1908) del Ministero della Cultura prussiano. In essa si ribadiva la necessità di superare la dicotomia tra educazione umanistica e realistica per trasformarla in educazione. A tale scopo esortava i futuri docenti, per promuovere la cultura matematica generale, allo studio delle fonti classiche (Euclide, Archimede, Apollonio, ecc.) [Tobies, 2023].

Per Enriques il processo scientifico è sia induttivo che deduttivo con una circolarità dinamica che dalle osservazioni sale ai concetti generali e astratti per ridiscendere ai fatti empirici. Il suddetto processo dinamico dimostra il fine di raggiungere una sempre

migliore approssimazione alla verità. In questo contesto diventa fondamentale il valore dell'errore che ha una sua naturale manifestazione nel processo storico di formazione della teoria divenendo un'esperienza didattica [Enriques, 1936] e l'occasione della sintesi per la trasformazione.

Agli inizi del XX sec. la cultura dominante, specialmente in Italia, era quella umanistica nella quale il neo-idealismo di Croce e Gentile accentuò il divario culturale tra umanisti e scienziati risalente agli inizi dell'Ottocento come lo stesso Enriques evidenziava: *in sul principio del secolo scorso, ebbe origine il funesto dissidio che ancora divide i filosofi dagli scienziati* [Enriques, 1926]. Croce e Gentile consideravano la scienza un mero strumento pratico volendola separare dalla filosofia e dalla cultura umanistica in generale.

Il fatto che la scienza non debba avere scopi puramente utilitaristici non implica per Enriques la separazione tra scienza applicata e scienza pura, ma solamente che la scienza in sé rappresenta un valore. Sullo stesso pensiero di Klein [Giacardi, 2012], Enriques era del parere che il circolo virtuoso tra i due 'tipi' di scienze avesse la basilare funzione di stimolo per la ricerca.

L'*Humanitas scientifica* richiede il superamento delle differenziazioni disciplinari colmando, così, il distacco tra scienza e filosofia. Questo superamento non può essere semplicemente attuato con la collaborazione tra scienziati e filosofi, ma seguendo la dinamicità della *Bildung* anche con una trasformazione del proprio sentire che a maggior ragione deve essere aperto agli altri.

Questo costante sforzo di gettare ponti tra le discipline per superare le specializzazioni, rappresenta l'unico modo per farle acquistare un valore umanistico e formativo. Con tale approccio, il primo compito del docente è di comunicare il bisogno della conoscenza per poi darne il possesso, obiettivo sicuramente più impegnativo, ma più proficuo per lo studente sul lungo periodo. A tale scopo proponeva di adottare il metodo socratico del dialogo per incitare una ricerca euristica delle verità matematiche per tentativi ed errori.

6. La *Bildung* secondo Gadamer

Alla fine del *Secolo di Goethe* (metà XIX sec.) il progresso scientifico diede maggiore rilievo alla tecnologia e, più in generale, all'idea di una formazione con fine prettamente professionale. In questo contesto la borghesia non vide nell'originario ideale della *Bildung* un utile strumento per i suoi fini tanto che nel periodo Neopositivista (seconda metà del XIX sec.) si coniò il termine *Halbbildung* con il quale si voleva considerare l'idea di impegno di formazione individuale solo utilitaristico. Ciò diede l'avvio al degrado del concetto della *Bildung* tanto che nella seconda metà del XX sec.

si arrivò a considerarne la scomparsa con il termine *Unbildung*. Le competenze finalizzate solo a utilizzare le abilità caratterizzano anche l'odierna concezione della scuola alla quale è affidato il principale ruolo di preparazione a una professione più che a formare se stessi per l'attività lavorativa [Taylor, 2016]. Questo atteggiamento deve essere maggiormente preso in considerazione dato che il futuro lavorativo degli studenti di oggi vedrà, molto più che nel passato, una sempre maggiore dinamicità di impieghi che richiederanno un'altrettanta flessibilità di adattamento mentale che deve essere formata.

In questo contesto il filosofo tedesco H.-G. Gadamer (1900-2002) propone un aggiornato recupero della *Bildung* quando afferma che [La Bildung non serve] *per aver appreso qualcosa per la professione, ma per il fatto d'essere diventati qualcosa per la nostra professione* [Gadamer, 2000].

Il punto di partenza nella sua ricostruzione dell'idea della *Bildung* come auto-formazione (*sich bilden*) dello spirito è la filosofia hegeliana contenuta soprattutto nella *Fenomenologia*. Il fondatore dell'ermeneutica filosofica condivide con Hegel la concezione dell'essenza della *Bildung* come innalzamento dell'individuo dall'immediatezza e dal particolare all'universalità cogliendo la generalità (*Allgemeinheit*). Questo implica, però, non solo la capacità di universalizzazione a livello teoretico, ma anche nell'ambito morale-pratico. La possibilità di prendere le distanze dall'immediato e dai propri interessi vuol dire, inoltre, potersi aprire all'altro e provare a vedere il mondo, e se stessi, con gli occhi dell'altro. In sintonia con Humboldt, Gadamer sottolinea la distinzione tra *Bildung* come disposizione spirituale, ossia come una caratteristica acquisita dallo spirito, e *Kultur* come educazione delle facoltà e dei talenti. Egli rileva che, nel suo uso abituale, il sostantivo astratto *Bildung* tenda ad appiattirsi sullo stato finale del processo formativo, a scapito del processo stesso di formazione. La *Bildung* è da intendersi nella forma del divenire, che è sempre processo e mai risultato. Per tale motivo non è riconducibile totalmente al concetto di *Kultur* (cultura), concetto statico che indica un possesso acquisito, sebbene comunque sia a esso strettamente connessa [Giosi, 2022]. Siccome la *Kultur* non ritrova il fine in sé stessa, ma lo ricerca nell'oggetto della cultura da acquisire, la *Bildung* ha il proprio fine in sé stessa, configurando un'eccedenza che il termine *Kultur* non riesce a ricoprire. Per Gadamer la formazione non si può ridurre a un insieme di abilità o di tecniche imparate una volta per tutte [Bagni, 2009]. Dietro a questo appiattimento concettuale si cela il pericolo di considerare la formazione come il risultato di una tecnica (*techné*), quando essa è invece una prassi (*praxis*). Il suo carattere prassico fa sì che la formazione non possa essere mai vista semplicemente come un prodotto dell'agire umano, né come un mezzo per raggiungere un fine. L'effetto dell'azione formativa è immanente all'agente

stesso, perché nell'autentica cultura (*Bildung*), [...] ciò in cui e mediante cui ci si forma viene, come tale, fatto interamente proprio. Il lavoro umano, per mezzo del quale l'Uomo prende consapevolezza del suo potere creatore, svolge un ruolo centrale nella genesi dell'autocoscienza, ossia nel processo formativo che porta la coscienza a compimento. In effetti, attraverso il suo lavoro l'Uomo forma qualcosa, ma anche, e soprattutto, forma sé stesso. La formazione pratica non è tuttavia un processo indipendente dagli interessi teoretici. Anzi, proprio perché la *Bildung* consiste nella capacità di far valere anche ciò che all'immediatezza non si riduce, nel trovare punti di vista generali per capire la cosa al di là dei propri interessi, il distacco dall'immediatezza è reso possibile dal fatto che l'Uomo pensa, ricorda, immagina futuribili, ecc.. Gadamer sottolinea, perciò, il fatto che per formarsi c'è bisogno di concettualizzare.

Un'opera di Gadamer che focalizza l'attenzione sulla *Bildung* è *Bildung e Umanesimo* [2012] consolidandone l'origine neoumanistica. L'opera riporta sette saggi che Gadamer scrisse dal 1944 al 1992 e che riassumono le altrettante conferenze svolte in Germania. In questo testo il significato che la *Bildung* riveste nel suo pensiero si configura come un *problema ermeneutico* sul quale interrogarsi. Nella definizione di Gadamer la *Bildung* è caratterizzata da tre elementi:

- è un processo dinamico, non un obiettivo conseguibile o un contenuto da apprendere;
- consiste in una condizione di apertura all'ulteriorità, di disponibilità all'evoluzione configurandosi come potenza e non atto;
- implica una partecipazione intima, essendo soprattutto un atteggiamento e una condizione spirituale, quella di chi non impara per ottenere semplicemente un sapere o per far qualcosa del proprio sapere, ma per auto-formarsi e trasformarsi.

Lo strumento per l'auto-educazione è rappresentato dall'ermeneutica. Essa riguarda la *comprensione e l'interpretazione dell'umana esperienza del mondo nel suo insieme* [Gadamer, 1960] per costruirsi l'idea del mondo da nominare con il linguaggio di una qualche disciplina considerata una compiuta formalizzazione del sapere pratico [Sbaragli, 2011]. L'ermeneutica si attua attraverso l'educazione della naturale propensione umana all'interpretazione per cui diventa non una disciplina tra le altre, ma la forma stessa dell'apprendimento. Si educa attraverso l'interpretazione di testi, di opere d'arte, di esperienze umane, del mondo. Solo educando all'interpretazione si è in grado di elaborare un giudizio maturo e critico sulla realtà e sul proprio presente. Insegnare è insegnare a porsi domande, apprendere è apprendere come porle. Il filosofare tipicamente gadameriano osserva e interpreta il mondo, l'esperienza umana del mondo e sé stesso. L'attività conoscitiva è tradotta in esperienza ermeneutica e presuppone che la

Bildung sia una componente sempre presente in ogni interpretazione come un processo volitivo che parte da noi stessi. L'ermeneutica è, dunque, un cammino contrassegnato da domande e risposte che il soggetto si pone al fine di conoscere sé stesso e il mondo. Dalla storia dell'Umanesimo affiora la storia della formazione occidentale entro cui il soggetto può conoscersi e ri-conoscersi in quanto Uomo. Essendo una formazione ben distinta da un'educazione cattedratica improntata al nozionismo e alla conformazione a un modello prestabilito, essa insegna a riconoscere la libertà, la propria autentica capacità di giudizio rendendo l'Uomo capace di contrastare il livellamento e l'omologazione posti in atto nella modernità. Quindi, l'ermeneutica lungi dall'essere una mera metodologia, è proprio nell'intima connessione con la *Bildung* che diviene una filosofia di vita. La crisi dell'idea di *Bildung* ha portato alla crisi dell'Umanesimo, che a sua volta ha influito sulla crisi delle scienze dello spirito e dell'Uomo, saperi denigrati nell'epoca moderna in quanto considerati non capaci di derivare verità scientifiche e oggettive al pari delle scienze della natura.

L'interrogativo sulla questione della legittimità e plausibilità di una *Bildung* umanistica nella nostra età contemporanea vede Gadamer assolutamente cosciente dell'inattualità del tema poiché alla fine del Novecento l'idea di scientificità è dominata dal modello e dalla prospettiva empirico-sperimentale delle scienze naturali esatte. La tecnica e la tecnologia sono i nuovi volti moderni della scienza. La conoscenza si è ridotta a informazione e la realtà scolastica e universitaria è incentrata sul nozionismo e sull'apprendimento di contenuti evidenziata nel proliferare di licei sempre più aggettivati. Nel percorso educativo ciò che conta è la sempre maggiore specializzazione in un settore. In un'epoca in cui scienza e tecnologia sono gli unici modelli di verità e scientificità, ci si può chiedere quale possa essere il contributo della *Bildung* umanistica. Gadamer non vuole abbandonarsi a un pensiero utopistico, ma piuttosto vuole porre l'istanza necessaria di coscientizzare la perdita della formazione umanistica dell'Uomo in quanto problematica umana. E qui, per 'formazione umanistica' non si intende un'educazione sulle materie umanistiche, ma quel processo di auto-formazione dell'Uomo, che si rispecchia nel concetto di trasformazione. L'Umanesimo si fondava già nell'antichità classica sul fatto che gli Uomini non sono dèi, e quindi non possedendo il sapere ne sono sempre alla ricerca. A partire, poi, da Galilei, si afferma la convinzione che la *vera scienza* esiga anzitutto certezza, un sapere è tale solo se sia costruito su fondamenti assolutamente indubitabili, come insegnò R. Cartesio (1596-1650). Tali fondamenti si ritroveranno negli strumenti matematici e nell'esperimento fisico per matematizzare l'universo così da renderlo non solo oggettivabile, ma anche misurabile e quindi, in qualche modo, controllabile. Tuttavia, nonostante tutti questi sforzi l'Uomo è sempre sedotto dal conseguimento del risultato. La stessa situazione è

poi riflessa nel sistema scolastico come se il compito prioritario della scuola debba essere l'indirizzare a una specializzazione in vista di una futura professione. Il rimedio è rafforzare la capacità autonoma e critica di giudizio e di scelta umana sollevando la domanda di come lo si impara. Per conseguire questo obiettivo, allora, servono dei docenti che si sentano liberi rispetto a programmi troppo dettagliati e concentrati, e soprattutto già stilati e organizzati, che siano educatori con la possibilità di promuovere percorsi educativi che comportino una presa di coscienza per giudicare, scegliere e discernere promuovendo la libertà dell'Uomo con l'esercitare l'autonoma facoltà di giudizio critico, su sé stessi e sul mondo che ci circonda. A ciò si deve aggiungere il riscoprire la spontaneità e il coraggio di formare un giudizio proprio ponendosi domande. Qui si vede la netta contrapposizione tra le scienze esatte, o meglio le scienze della natura, che godono di una riconosciuta e piena oggettività e rigore scientifico, contro le scienze umane (o dello spirito) che si pongono come obiettivo l'interpretazione e la spiegazione del mondo umano e dei fenomeni della coscienza. Questa netta separazione, all'interno della scienza, tra natura e spirito si è poi riflessa anche nel modo in cui l'Uomo vede e conosce se stesso e gli altri.

Si ritiene, però, che questo pessimismo debba essere smussato prendendo coscienza che il rigore e la certezza delle *Naturwissenschaften* è una conquista nei confronti dell'*ipsi dixit* aristotelico di medioevale memoria che ha percorso per lungo tempo la storia della scienza con risultati non esaltanti. Ma al contempo, bisogna ritenere le *Geisteswissenschaften* idonee a predisporre l'animo del ricercatore alla libertà creativa, all'intuizione. Tale visione risulta in sintonia con quanto detto sul pensiero di Enriques con la sua *Humanitas scientifica*.

Tale visione permette di sollecitare l'attenzione, almeno, a quanto dirà nella seconda metà del XX sec. Gadamer in una situazione ben diversa. Al tempo di Enriques le scienze dello spirito (storia, filosofia, filologia, ...) e quelle naturali (matematica, fisica, ...) correvano parallele, mentre ai tempi di Gadamer le prime hanno travalicato le seconde. A nostro avviso sia il recupero dell'*Humanitas scientifica* che della *Bildung* necessitano non solo della piena identificazione delle due scienze, ma la loro pari dignità. Per tale fine, si pensa, che Gadamer citi M. Lutero (1483-1546) in *Verità e metodo: Qui non intellegit res, non potest ex verbis sensum elicere* (Chi non comprende le cose, non può estrarre il significato dalle parole). Parole che sembrano un monito per evidenziare la netta distinzione tra scienze dello spirito e scienze della natura, ma non escludenti le prime dalle seconde [Sansavini, 2014]. L'intento di Gadamer era, infatti, di evidenziare due diverse esperienze di verità, quella metodica e quella extra-metodica. La prima basata sui principi di obiettività e ripetibilità, che calcola, mentre la seconda è un'esperienza propriamente individuale, universale in quanto coinvolge l'umanità intera,

unica e particolare in quanto in ogni esistenza si manifesta ogni volta come un evento singolare e irripetibile, che segna indelebilmente l'individuo. Gadamer per definire questo ultimo tipo di esperienza richiama l'*Erfahrung* hegeliana, ossia il rovesciamento di coscienza, l'esperienza che modifica in maniera definitiva e consapevole il modo di considerare il mondo in cui viviamo, che interpretiamo e nel quale agiamo. La necessità della suddetta divisione non deve essere vista in maniera dialettica, ma è il frutto di un'analisi con la quale il filosofo intende restituire la dignità e la giusta considerazione alle scienze dello spirito, soprafatte e soffocate dal dilagante entusiasmo causato dalle conquiste tecnico/positivistiche. La sua filosofia non si riduce a una sterile critica del progresso scientifico. Diversamente, è necessario e quanto mai ragionevole riconoscere e rispettare le conclusioni di tali scienze nell'ambito loro congeniale, ma non bisogna permettere che l'episteme loro particolare si diffonda in altri domini scientifici nei quali possa più nuocere che giovare [Maimone, 2015].

È importante, per avvalorare il nostro discorso, evidenziare che lo stesso concetto lo si ritrova oggi nell'azione dell'Unione Europea riguardo all'istruzione nel suo orizzonte più ampio con il *Lifelong Learning Programme 2007-2013* a seguito di quanto deciso dal Parlamento europeo e dal Consiglio nel 2006. La decisione attesta l'emergere dell'esigenza di *imparare ad apprendere* (vedasi *l'imparare a imparare* delle competenze chiave europee emanate come *Raccomandazione dal Consiglio* il 22 maggio 2018 e relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente), una condizione che permette di rinnovare se stessi e le proprie conoscenze in caso di necessità avendo acquisito una sorta di chiave interpretativa per il giusto approccio teorico nell'affrontare il cambiamento. L'apprendimento permanente è un percorso personale di apprendimento, che prepara l'individuo a rispondere alle esigenze del vivere sociale, ogni volta ricapitalizzando il proprio sapere, modificandolo o sostituendolo. Non si parla più dell'acquisizione di conoscenze una volta per tutte frequentando il tradizionale corso di studi, ma ancora di un continuo apprendimento che ci coinvolge totalmente.

7. *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT)

Per concretizzare l'ideale della *Bildung* nella formazione dei docenti è necessario il supporto di un quadro di riferimento connesso alle conoscenze professionali del docente stesso. Si ritiene idoneo a tale scopo adottare, per la sua flessibilità e per quanto detto sulla storia pedagogica tedesca, quello della *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT).

Il quadro di riferimento MKT fu elaborato partendo da uno studio di Shulman [1986] sul reclutamento e formazione dei docenti. Nel 2008 si ebbe la

concettualizzazione in categorie della MKT [Ball *et al.*, 2008] per i docenti di matematica introducendo la conoscenza disciplinare accanto a quella pedagogica. In questo modo si sono gettate le basi per una teoria pratica della conoscenza matematica per l'insegnamento [Ball *et al.*, 2009]. La proposta strutturale MKT come rappresentata in Figura 2 fu costruita in maniera empirica considerandola sin dall'inizio provvisoria e ritenendo plausibile operare su di essa per un *perfezionamento e revisione* [Ball *et al.*, 2008; Aebischer, 2025].

Per contestualizzare il rapporto tra MKT, la *Bildung* e i Diagrammi didattici (vedasi oltre) come riportato in Figura 1, si riportano le definizioni delle categorie di conoscenze MKT suddivise tra i due domini *Subject Matter Knowledge* (SMK) e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK).

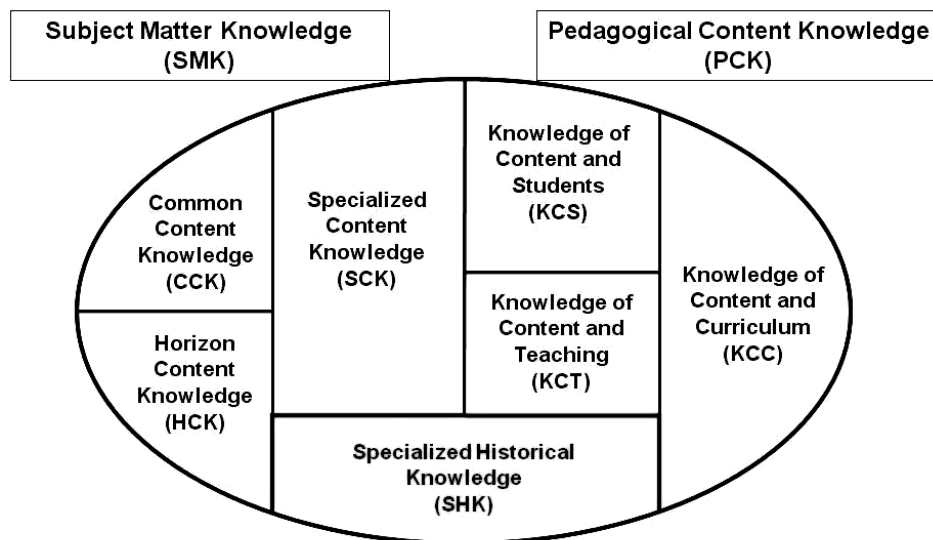


Figura 2. I due domini SMK e PCK, e la struttura delle categorie della MKT [Ball *et al.*, 2008; Aebischer, 2025].

Le categorie del dominio disciplinare SMK sono:

- CCK (*Common Content Knowledge*): conoscenza matematica per risolvere tecnicamente i problemi rispettando il relativo formalismo;
- SCK (*Specialized Content Knowledge*): conoscenza specifica della matematica e della sua struttura per entrare nel mondo metacognitivo degli studenti. Identifica la conoscenza dei contenuti e la struttura sostanziale (comprensione delle regole di dimostrazione) e sintattica (organizzazione di fatti, concetti e principi che

Formazione dei docenti e la Bildung: il quadro di riferimento BMDD

correlano le conoscenze precedenti e l'esperienza di insegnamento) della matematica [Fitriani & Juandi, 2023];

- HCK (*Horizon Content Knowledge*): conoscenza delle connessioni verticali del curriculum degli anni precedenti e successivi del percorso scolastico per dare una visione di continuità agli studenti e per comprendere le loro possibili misconcezioni acquisite;

mentre quelle del dominio pedagogico PCK sono:

- KCS (*Knowledge of Content and Students*): correlazione tra le conoscenze disciplinari del docente e quelle degli studenti in modo che il primo possa anticipare le difficoltà dei secondi per pianificare meglio l'insegnamento e fornire risposte adeguate al livello scolastico;
- KCT (*Knowledge of Content and Teaching*): competenza del docente nello scegliere il percorso di apprendimento più funzionale per la comprensione dello studente;
- KCC (*Knowledge of Content and Curriculum*): conoscenza tecnica degli argomenti del curriculum per insegnarle.

Il quadro di riferimento di Ball e colleghi non contemplava esplicitamente una categoria relativa alla storia della disciplina comprendendovi anche la filosofia. Per tale motivo in Aebischer [2025] si è proposta la categoria-ponte denominata *Specialized Historical Knowledge* (SHK) per esplicitare il ruolo della storia sia per la comprensione dei concetti matematici che per la loro trasposizione didattica. La nuova categoria SHK è un ponte tra i domini SMK e PCK poiché la matematica non è solo tecnicismo, ma anche un fenomeno storico-culturale essendo una costruzione dell'Uomo [Enriques, 1938; Furinghetti, 2002]. Nella sua attività matematica l'Uomo dà ai concetti un significato epistemologico e una descrizione applicativa. Nel dinamismo temporale dell'attività matematica si ha lo sviluppo dei concetti la cui conoscenza è utile al docente sia per la propria auto-formazione che per la progettazione di un'efficace trasposizione didattica (i due aspetti sono intimamente collegati). La storia della matematica, mediata didatticamente anche da testi coevi alla formazione del concetto e/o successivamente approfonditi e/o interpretati secondo i dettami dell'ermeneutica di H.-G. Gadamer [2012] [Gennari, 2014], si deve considerare una conoscenza fondamentale della professionalità del docente per superare gli ostacoli epistemologici degli studenti [D'Amore *et al.*, 2006].

8. Il Triangolo e i Diagrammi didattici

Il quadro di riferimento BMDD si colloca nell'ambito della formazione dei docenti prima dell'attività in classe. Per tale motivo si rende necessario individuare un livello che espliciti l'auto-formazione del docente e poi la colleghi con l'attività in classe per giustificare quanto assunto: formazione separata, ma non scollegata con il momento didattico.

Uno dei costrutti teorici per modellare le dinamiche didattico-pedagogiche in una classe è il Triangolo didattico con vertici docente (D) - studente (S) - sapere (M poiché in questo caso consideriamo la matematica) [D'Amore, 2001; Bolondi, 2012]. Senza voler analizzare il peso relativo delle singole relazioni duali, rappresentate dai lati del Triangolo, consideriamo, senza perdita di generalità per quanto si dirà, la figura geometrica del triangolo equilatero.

Nel Triangolo il ruolo del docente è considerato in perenne simbiosi con gli altri vertici come ad avvalorare che si è docenti solo in classe. Per i nostri scopi si considera il docente come un 'vertice' a sé, in modo che possa auto-formarsi anche come figura professionale indipendente dalla classe. Tale punto di vista è ritenuto necessario, come anche esperito dall'Autore, poiché le classi cambiano ogni anno e talvolta anche durante l'anno scolastico. Quindi, la trasposizione metadidattica non deve essere vista come una semplice competenza a trasferire le proprie conoscenze allo studente, ma come si è visto nell'MKT, deve essere anche supportata dal proprio sentire matematico. Questo secondo aspetto, che è considerato il più idoneo e flessibile per dare una risposta alle domande degli studenti che possono avere una 'propria' logica creativa che deve essere interpretata e incanalata eventualmente nella correttezza [Mellone *et al.*, 2018], può comportare diverse sensibilità di approccio all'essenza della matematica dovute alla diversa storia personale di formazione ed esperienza.

Pertanto, il flusso del tempo scolastico si può considerare composto da due macro situazioni: quella dell'insegnamento-apprendimento e quella *extra*. La prima si concretizza durante la classica lezione, l'uscita didattica, l'attività di laboratorio, la didattica a distanza, ecc., ossia essenzialmente quando docente e studente interagiscono direttamente. La seconda si configura, invece, quando docente e studente non sono reciprocamente presenti, ma comunque consapevoli del legame didattico esistente tra loro. Per tale motivo il Triangolo didattico della situazione insegnamento-apprendimento deve comporsi e scomporsi dinamicamente ogni volta che inizia o finisce la situazione di insegnamento-apprendimento stessa. Pertanto, durante la situazione *extra* il Triangolo si scompone in tre distinti Diagrammi didattici che rappresentano le tre fasi di interazione a distanza che i soggetti docente e studente

esperiscono durante il periodo scolastico (Figura 3). In Figura 3 i segmenti continui rappresentano un rapporto diretto, mentre i segmenti tratteggiati rappresentano come il soggetto svolga la sua attività non in presenza dell'altro, ma pensando all'altro. Come in Figura 1, nei Diagrammi didattici *Ma* identifica la matematica accademica, mentre *Ms* quella scolastica.

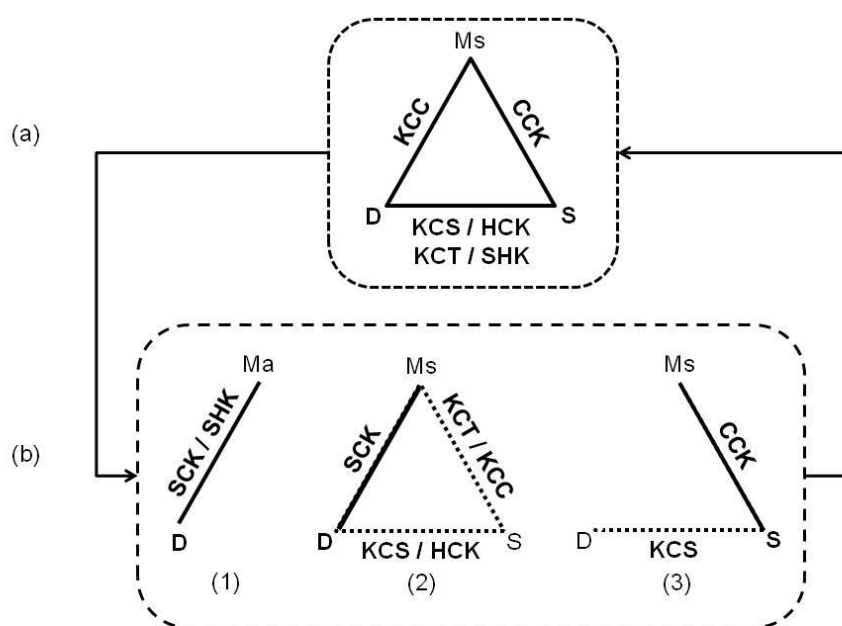


Figura 3. Il Triangolo della situazione insegnamento-apprendimento (a) e le fasi dei Diagrammi didattici della situazione *extra* (b) posti in relazione tra loro e alle categorie MKT (elaborazione dell'Autore).

Per quanto detto si comprende come in Figura 1 il Triangolo sia esterno al quadro di riferimento BMDD, mentre i Diagrammi didattici si pongono a cavallo visto che una parte riguarda solo il docente.

Per comprendere la proposta dei Diagrammi didattici bisogna fare riferimento al punto di vista dei due soggetti del Triangolo didattico (vertici) (Figura 3.a). Considerando il punto di vista del docente si avranno due fasi dei Diagrammi didattici:

- una formata dal lato *D-Ma* continuo per l'auto-formazione (Figura 3.b1). Tale fase può riguardare sia un docente *in-service* che in *pre-service* poiché è un'attività completamente svincolata dallo studente. Questa fase fuori dalla classe è

comunque un'attività professionale poiché quanto acquisito in cultura matematica verrà poi, esplicitamente o implicitamente, trasposto didatticamente;

- una a forma di triangolo con i lati $D-S$ ed $S-Ms$ tratteggiati, perché non in presenza, nella fase di progettazione didattica o di correzione degli elaborati prodotti dagli studenti (Figura 3.b2).

Considerando il punto di vista dello studente si avrà un'unica fase dei Diagrammi didattici:

- un diagramma $D-S-Ms$ con il lato $D-S$ tratteggiato perché non in presenza, ma incorporato nello studente che studia con il pensiero al docente, al contratto didattico come da lui inteso, e un segmento continuo $S-Ms$ (Figura 3.b3).

Per poter esplicitare il collegamento con l'MKT, si ritiene utile porre le due situazioni in relazione alle sue categorie come riportate in Figura 2.

Per quanto interessa il presente lavoro, è nella situazione *extra* che il docente ha la possibilità di formarsi e/o aggiornarsi rispetto non alla matematica scolastica, ma a quella accademica (Figura 3.b1). Un insegnamento efficace della matematica scolastica richiede non solo una conoscenza approfondita della matematica accademica, ma anche dei ragionamenti e degli errori concettuali che hanno portato, spesso in modo non lineare, a quei risultati. La conoscenza matematica di un docente deve essere maggiore di quella richiesta al comune cittadino, ma diversa da quella di un matematico professionista che nella specializzazione ha il suo punto di forza [Ball, 2003]. Per raggiungere questo obiettivo, si ritiene utile avere anche una conoscenza della storia della disciplina per poter assimilare, come citava il matematico austriaco F. Klein [1908; Weigand *et al.*, 2019], il piccolo cammino dello studente al grande cammino percorso dal genere umano per lo sviluppo di una matematica falsamente considerata statica, o per presentare la matematica come un corpus creativo di cultura e conoscenza. Tutto questo deve rientrare in una metodologia riflessiva [Crotti, 2017], ossia nella competenza di essere in grado di pensare a sé stessi in funzione di quello che si è fatto o non fatto, e dedurne dei miglioramenti. Questa metodologia rappresenta proprio quella dinamicità della *Bildung* che si identifica con formazione che in teoria non ha termine.

9. Il *networking* combinato BMDD

Dopo aver illustrato le singole parti fondanti del proposto quadro di riferimento BMDD, è necessario vedervi un'unitarietà che possa permettere lo svolgimento della successiva fase sperimentale e di utilizzo come lente teorica.

L'idea del *networking* delle teorie è stata studiata sin dal 2005 da vari gruppi di lavoro del *Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME). In questa ottica si farà riferimento al lavoro di Prediger *et al.* [2008] che consiste in un dialogo sistematico tra le teorie per migliorare la base teorica del lavoro scientifico della comunità degli educatori di matematica nell'affrontare la diversità delle teorie nell'educazione matematica stessa e la loro complessità [Bikner-Ahsbahr, 2016].

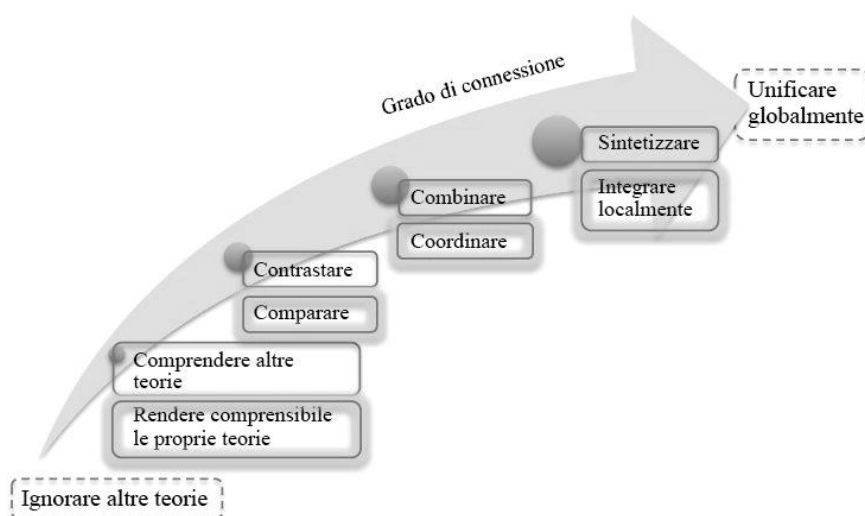


Figura 4. I gradi di connessione in una strategia di *networking* per i quadri di riferimento della didattica [da Prediger *et al.*, 2008, p. 170; Iori, 2016, p. 153].

Nella scala di connessione che si propone, tra i due poli estremi, 'Ignorare le altre teorie' e 'Unificare globalmente', vi sono vari gradi (Figura 4). Per la presente proposta si ritiene che il grado 'Combinare / Coordinare' sia quello che meglio descrive le relazioni tra i quattro nuclei fondanti scelti e schematizzati in Figura 1:

"Coordinare" e "combinare" le teorie sono strategie che hanno come scopo quello di utilizzare strumenti analitici differenti per lo studio di un dato problema pratico o per l'analisi di un fenomeno empirico. Il coordinamento può essere effettuato soltanto tra teorie le cui assunzioni o principi sono tra loro compatibili e le cui componenti empiriche o praxeologie (sistemi di pratiche di ricerca) sono complementari [Iori, 2016, p. 153].

In particolare, la coppia 'Combinazione / Coordinamento' consente di lavorare con teorie diverse per costruire un quadro concettuale o includere visioni complementari nella ricerca di un problema [Bikner-Ahsbahr, 2016]. Per la presente proposta si è scelto tra i due il termine Coordinare poiché i quattro nuclei fondanti si dispongono tra loro in

una progressione dall'astratto alla pratica. Per evidenziare i collegamenti si può schematizzare il *networking* con alcune parole chiave o concetti chiave di collegamento tra i nuclei della BMDD come nel seguente schema:

Bildung / Humanitas scientifica

Trasformazione dinamica del sentire matematico >
> aspetto storico-filosofico della disciplina

MKT

Conoscenza della disciplina e
della sua storia (SCK e SHK)

Docente

Declinazione della Matematica accademica in
quella scolastica a seguito di una profonda
comprensione del suo aspetto genetico

DiagD

La formazione si riunisce
all'educazione con il passaggio
in aula (trasposizione metadidattica)

TriangD

10. Discussione

La proposta teorica porta a non considerare una conclusione, ma più appropriatamente l'apertura di un'elaborazione per una sua sperimentazione.

Il presente quadro di riferimento coordinato è nato sia dallo studio dei singoli nuclei sia dalla constatazione sperimentale che l'abilitazione per l'insegnamento deve considerare per prima cosa l'essere del futuro docente, come proponeva Gadamer: si diventa per una professione e non si impara una professione. La dinamicità che la *Bildung* richiede per la continua propria trasformazione è quel motore interno che permette di non rendere la disciplina statica. L'assunto che fino a qualche decennio fa imperava era che 'chi sa insegna' come se una volta acquisito il sapere bisognasse solo iterarne la pratica didattica. Il presente quadro di riferimento, invece, pone alla sua base la dinamicità intellettuale del docente, sia in *pre-service* che *in-service*.

Questa dinamicità intellettuale è lo strumento che agisce con un approccio ermeneutico ed euristico. Ermeneutico come continua applicazione della triade hegeliana per la ricerca del significato ultimo anche nel contesto della storia umana. Euristico poiché la ricerca avviene in maniera inizialmente intuitiva per poi formalizzarsi in un metodo, in un formalismo. Con tale approccio complessivo la formazione è un continuo e, talvolta, non lineare percorso costellato di errori,

Formazione dei docenti e la Bildung: il quadro di riferimento BMDD

ripensamenti e slanci. Tutto ciò rappresenta in maniera naturale l'essenza della *Bildung* come percorso formativo e non come raggiungimento di un risultato.

In questo quadro di riferimento si sono venuti a collegare vari aspetti relativi alla formazione dei docenti:

- l'aspetto più intimo nel quale si svolge la maggior parte dell'attività elaborativa, molto spesso in maniera inconsapevole e non sempre tenuta nella doverosa considerazione. Elaborazione guidata dalla *Bildung* come continua trasformazione e presa di coscienza della crescita personale;
- l'aspetto di consapevolezza delle conoscenze disciplinari atte a formare un docente per la didattica e non solo alla didattica;
- l'aspetto strumentale che ne permette la concreta attuazione;
- l'aspetto dell'organizzazione, ossia quando e come il docente si forma indipendentemente dalla didattica. In questo modo il docente prende consapevolezza del suo essere in quel sistema complesso che è la scuola.

Tutti questi aspetti sono indicati nell'acronimo scelto per denominare il quadro di riferimento proposto e sono il risultato del *networking* adottato.

Nello studio del quadro teorico BMDD è possibile che sorga se non il dubbio, almeno la domanda sul motivo del collegamento interno della teoria della *Bildung* con la MKT, con la sua categoria-ponte della dimensione storica. La MKT mostra con le sue categorie una rappresentazione statica delle conoscenze poiché dedotte dall'analisi di documentazione prodotta nei concorsi. La stessa presentazione della MKT da parte di Shulman denotava la schematizzazione di una situazione dedotta dall'esterno. Quindi, attraverso documenti e non persone direttamente. L'introduzione della categoria-ponte ha lo scopo di proporre una dinamicizzazione del quadro facendo colloquiare i due domini. Nonostante ciò, la staticità non veniva alterata in maniera da costruire nuova conoscenza presentandosi, invece, più come un travaso. Le categorie fissano le conoscenze affidandosi all'esterno per il movimento tra di esse, ossia è il docente che le mette in movimento. Porre la teoria della *Bildung* a monte della MKT vuole non solo dare una dinamicità interna continua alle conoscenze, ma ne dà anche una giustificazione considerando le categorie stesse, specie la *Specialized Content Knowledge*, come un obiettivo da perseverare con un continuo avvicinamento ermeneutico al significato ultimo utilizzando sia la triade hegeliana e, se possibile, anche un approccio euristico.

Nella prospettiva di un possibile progetto sperimentale qualitativo per valutare come lente teorica il presente quadro BMDD, si possono suggerire due linee operative.

Una riguarda più la parte psico-pedagogica del sapere matematico di un docente. A questo fine, l'aggiornamento / studio di un docente per prima cosa deve operare una trasformazione nel docente stesso contemplando un cambiamento, un incremento, un aggiustamento, un'ulteriore conferma dei concetti. Pertanto, si pone immediatamente la questione: quale parte psicologica del docente si deve trasformare? Sicuramente non qualcosa di superficiale che potrebbe non aiutarlo nel superamento degli ostacoli epistemologici degli studenti essendo questi non meramente dipendenti dai tecnicismi disciplinari. Quindi, si deve andare più in profondità per definire e collocare una specie di luogo psichico dei significati che sia, però, al riparo dagli effetti superficiali, non profondamente ponderati. Ciò che viene ivi collocato non sono entità statiche, ma dinamiche e sempre disponibili a subire una modifica, ma che devono seguire un processo meditato e consapevole, eventualmente ripetuto più volte.

Una seconda si attua nello svolgimento di un corso di abilitazione e/o aggiornamento per i docenti nel quale la storia e la teoria dell'argomento matematico scelto siano presentati separatamente dalla sua trasposizione didattica. Tale separazione deve essere, poi, eliminata quando il docente è in classe. Tale separazione nasce dal fatto che i docenti in formazione seguono la stessa ponendo prioritariamente la questione del 'cosa devo fare in classe?', invece di formarsi per poi progettare la trasposizione didattica. Sembra quasi che si imponga un contratto didattico per il quale si deve acquisire un protocollo, una conoscenza per fare e non una conoscenza per progettare. Per inciso, qui si possono ritrovare gli aspetti statici e dinamici evidenziati per la MKT. Somministrando dei questionari prima e dopo il corso, analizzando le argomentazioni sollecitate con opportune domande presentate dal formatore e l'eventuale documentazione prodotta [Gueudet & Trouche, 2009] potrà essere possibile osservare la trasformazione. Per poter, poi, evidenziare il continuo lavoro della *Bildung*, opportuni questionari dovranno essere somministrati a distanza di tempo.

Volendo accennare a un confronto tra la BMDD e altri quadri di riferimento per la formazione dei docenti, bisogna evidenziare l'aspetto fondamentale della separazione tra educazione e formazione, ossia si pongono in evidenza due momenti distinti: la formazione fuori della classe e l'attività in classe. I due aspetti separati, seppur collegati, fanno sì che la BMDD si ponga a monte dei vari quadri che si incentrano sulla formazione dei docenti in classe come la *Lesson Study* [Bartolini Bussi & Ramploud, 2018]. Nella metodologia della *Lesson Study* un gruppo di docenti progettano e pianificano una o più lezioni. A seguire un docente del gruppo tiene la lezione progettata mentre gli altri osservano e prendono appunti su aspetti ritenuti peculiari. A seguire il gruppo si riunisce per una riflessione comune, eventualmente anche con il supporto di esperti esterni, per perfezionare i successivi interventi in classe. Le

discussioni collaborative su strategie e approcci didattici adottati, aiutano a far emergere punti critici e punti di forza al fine di riprogettare le attività e renderle mirate alle specifiche esigenze delle classi. In questo caso la fase non in classe può avere delle similitudine a un percorso di *Bildung* attuato con il confronto, visto che proprio la *Bildung* è sia un percorso interiore, ma aperto alla realtà.

Nel modello che studia la documentazione, la prasseologia e i *beliefs* sia dei docenti che dei loro formatori si parte da una situazione educativa reale dalla quale ricavare e cercare di formalizzare in modelli teorici i saperi insiti nel processo di insegnamento-apprendimento. In questo modello, denominato *Trasposizione Meta-Didattica* [Arzarelo *et. al.*, 2014], e nella sua evoluzione risultano avere un ruolo non secondario i *beliefs* sia dei docenti che dei formatori, ossia quell'insieme di credenze che si manifestano come agenti motivazionali nel processo di interiorizzazione delle componenti prasseologiche, pur nella loro evoluzione parallela alle prasseologie metadidattiche [Pocalana & Cerasaro, 2025]. Questi *beliefs*, come aspetti interiori del professionista didattico, possono essere messi in collegamento con la BMDD nella misura in cui si possono evolvere con la pratica della *Bildung* per un continuo dinamismo di miglioramento e/o conferma.

Come si vede dai suddetti confronti, il quadro BMDD non si pone in antitesi o al posto dei vari quadri di riferimento per la formazione dei docenti che si basano fondamentalmente sulla prasseologia in classe, ma li supportano nell'aspetto interiore per dare un senso alla didattica attraverso la consapevolezza interiore del docente stesso. A fronte di ciò ci si può domandare, anche in un'ottica di sperimentazione comparativa, se la formazione svolta direttamente in classe sia più o meno efficace di un percorso formativo che prima 'costruisca' l'essere per il docente e poi fa seguire l'attività pratica in classe. Ovviamente, nell'analisi comparativa non bisogna ragionare con il metro del più veloce, ma con quello del più efficace nell'essere dinamicamente attento all'evolversi sia della disciplina come anche alla maturazione degli studenti.

Ringraziamenti

Si ringrazia il referaggio per la puntuale analisi e per i suggerimenti per rendere il lavoro più completo.

Si ringraziano le prof.sse A. Fattori (Università di Roma Tor Vergata) e L. Giacardi (Università di Torino) per la condivisione dei commenti a parti del testo.

L'Autore ringrazia il Dipartimento di Matematica dell'Università di Roma Tor Vergata per il supporto del grant MatMod@TOV (2023-27) del Dipartimento di Eccellenza.

Bibliografia

- T. Aebischer. La Storia della Matematica nel Quadro di Riferimento della Mathematical Knowledge for Teaching (MKT): Una Proposta Teorica. *La Matematica e la sua Didattica*, 33(1):27–41, 2025. doi: <https://dx.doi.org/10.6092/issn.3035-2940/21830>.
- F. Arzarello, O. Robutti, C. Sabena, A. Cusi, R. Garuti, N. Malara, and F. Martignone. Meta-Didactical Transposition: a theoretical model for teacher education programmes. In A. Clark-Wilson, O. Robutti, and N. Sinclair, editors, *The Mathematics Teacher in the Digital Era: An International Perspective on Technology Focused Professional Development*, pages 347–372. Springer, 2014.
- G.T. Bagni. Storia e didattica della matematica, una prospettiva ermeneutica. *G.R.I.M. Quaderni di Ricerca in Didattica*, 19:45–57, 2009.
- D.L. Ball. *What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics? Secretary's Summit on Mathematics*. U.S. Dept. of Education, 2003.
- D.L. Ball, M.H. Thames, and G.C. Phelps. Content knowledge for teaching: what makes it special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5):389–407, 2009. doi: <https://dx.doi.org/10.1177/0022487108324554>.
- D.L. Ball, M.H. Thames, H. Bass, L. Sleep, J. Lewis, and G.C. Phelps. A practice-based theory of Mathematical Knowledge for Teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, and C. Sakonidis, editors, *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, pages 95–98, 2003.
- M.G. Bartolini Bussi, and A. Ramploud, editors. *Il lesson study per la formazione degli insegnanti*. Carocci Faber, 2018.
- A. Bikner-Ahsbahs. Theories in and of Mathematics Education. In A. Bikner-Ahsbahs, A. Vohns, R. Bruder, O. Schmitt, and W. Dörfler, editors, *Theories in and of Mathematics Education. Theory Strands in German Speaking Countries*, ICME-13 Topical Surveys, pages 33–42. Springer, 2016.
- W. Böhm. "Bildung" come concetto fondamentale della pedagogia tedesca. *Rassegna di Pedagogia*, 4:249–261, 1991. doi: <https://dx.doi.org/10.36253/ssf-14012>.
- G. Bolondi. Alcuni snodi della formazione dell'insegnante di Matematica. In C. Catastini, F. Ghione, and E. Rogora, editors, *Atti convegno 'La formazione degli insegnanti di Matematica. Italia ed Europa a confronto'*, PRISTEM/Storia, 36-37, pages 35–43. Egea, 2012.
- A. Broccoli. Tra paideia e Bildung. Note per una rilettura del paradigma umanistico in educazione. In V.A. Piccione, editor, *Idee e riflessioni per un nuovo umanesimo pedagogico*, pages 39–47. Roma Tre Press, 2024.

Formazione dei docenti e la Bildung: il quadro di riferimento BMDD

- P. Bussotti. Enriques e Hilbert: fondamenti della matematica e questioni conoscitive. In P. Bussotti, editor, *Federigo Enriques e la cultura europea*, 7, pages 69–100. Agorà Publishing, 2008.
- M. Conti. Imparare a essere se stessi: l'educazione secondo Humboldt. *Il Cubo* (online). 2021. URL <https://www.circolocubounibo.it/imparare-a-essere-se-stessi-leducazione-secondo-humboldt>.
- M. Crotti. La riflessività nella formazione alla professione docente. *Edetania*, 52:85–106, 2017.
- B. D'Amore. Il "triangolo" allievo-insegnante-sapere in didattica della matematica. *L'educazione matematica*, 3(2):104–113, 2001.
- B. D'Amore. Il ruolo dell'epistemologia nella formazione degli insegnanti di Matematica nella scuola secondaria. *La matematica e la sua didattica*, 4:4–30, 2004.
- B. D'Amore, L. Radford, and G.T. Bagni. Ostacoli epistemologici e prospettiva socio-culturale. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 29b(1):11–39, 2006.
- H. Danner. 'Bildung'. A basic term of German education. *Educational Sciences*, 9:1–29, 1994.
- J.A. Dossey. The nature of mathematics: its role and its influence. In D.A. Grouws, editor, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pages 39–48. Macmillan, 1992.
- F. Enriques. Programma. *Rivista di Scienza*, I:1–3, 1907.
- F. Enriques. *Scienza e razionalismo*. Zanichelli, 1912.
- F. Enriques. Insegnamento dinamico. *Periodico di matematica*, IV(I):6–16, 1921.
- F. Enriques. *Problemi della Scienza*. Zanichelli, 1926.
- F. Enriques. *Il significato della storia del pensiero scientifico*. Zanichelli, 1936.
- F. Enriques. *Le matematiche nella storia e nella cultura*. Zanichelli, 1926.
- A.D. Fitriani, and D. Juandi. Effect of mathematical content knowledge on Mathematical Knowledge for Teaching. *Journal for Educators, Teachers and Trainers*, 14(5):299–308, 2023. doi: <https://dx.doi.org/10.47750/jett.2023.14.05.029>.
- F. Furinghetti. *Matematica come processo socioculturale*. IPRASE Trentino, 2002.
- H.-G. Gadamer. *Verità e metodo*. Bompiani, 1960.
- H.-G. Gadamer. *Educare è educarsi*. il Melangolo, 2000.
- H.-G. Gadamer. *Bildung e Neoumanesimo*. il Melangolo, 2012.
- U. Gellert, L. Hefendehl-Hebeker, H.N. Jahnke, and T. Leuders. Educational Research on Mathematics. A Short Survey of Its Development in German Speaking Countries. In H.N.

- Jahnke, and L. Hefendehl-Hebeker, editors, *Traditions in German-speaking mathematics education research*. ICMI-13 Monograph, pages 1–23. Springer, 2019.
- M. Gennari. *Storia della Bildung. Formazione dell'uomo e storia della cultura in Germania e nella Mitteleuropa*. La Scuola, 1995.
- M. Gennari. Postfazione. In H.-G. Gadamer. *Educare è educarsi*. il Melangolo, 1999.
- M. Gennari. *Filosofia della formazione dell'uomo*. Bompiani, 2001.
- M. Gennari. *Didattica generale*. Studi Bompiani, 2002.
- M. Gennari. La nascita della Bildung. *Studi sulla Formazione*, 1:131–149, 2014. doi: https://dx.doi.org/10.13128/Studi_Formaz-15038.
- M. Gennari. Sul concetto di Dasein. *Studi sulla Formazione*, 26(2):245–248, 2023. doi: <https://dx.doi.org/10.36253/ssf-14912>.
- G. Gerardi. *La nozione di "Bildung" nel primo Hegel*, pages 9–15. LED Edizioni Universitarie, 2012.
- L. Giacardi. Federigo Enriques (1875-1946) and the training of mathematics teachers in Italy. In S. Coen, editor, *Mathematicians in Bologna 1861-1960*, pages 209–275. Springer, 2012. doi: https://dx.doi.org/10.1007/978-3-0348-0227-7__9.
- L. Giacardi. Le 'battaglie' di Federigo Enriques in difesa della Humanitas scientifica e le ricadute sull'insegnamento della matematica. *Scientia*, I(2):73–126, 2023.
- M. Giosi. Goethe e la Bildung, tra arte, natura, educazione. *Studi sulla Formazione*, 25(2):141–149, 2022. doi: <https://doi.org/10.13128/ssf-14205>.
- G. Gueudet, and L. Trouche. Towards new documentation systems for mathematics teachers?. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3):199–218, 2009.
- J. Hadamard. *La psicologia dell'invenzione in campo matematico*. Raffaello Cortina Editore, 2022.
- I. Heidt. Exploring the Historical Dimensions of Bildung and its Metamorphosis in the Context of Globalization. *L2 Journal*, 7(4):2–16, 2015.
- W. v. Humboldt. Theorie der Bildung des Menschen [Teoria dell'educazione umana]. Traduzione in inglese di G. Horton-Krüger. In I. Westbury, S. Hopmann, and K. Riquarts, editors, *Studies in curriculum theory. Teaching as a reflective practice. The German Didaktik tradition*, pages 57–61. Lawrence Erlbaum Associates, 1793/1794.
- M. Iori. Riflessioni sui fondamenti teorici della ricerca in didattica della matematica nella sua complessità e problematicità. *Matematica e la sua didattica*, 24(1-2):145–161, 2016.
- A. Kaiser, editor. *La Bildung ebraico-tedesca del Novecento*. Studi Bompiani, 2006.

Formazione dei docenti e la Bildung: il quadro di riferimento BMDD

- F. Klein. *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus* [Matematica elementare dal punto di vista superiore], 3 voll.. B.G. Teubner, 1908.
- M. Maimone. Interpretando Gadamer: Libertà ed Educazione, Bildung e Conoscenza. In F. Pesci, editor, *La mediazione pedagogica. Studi e ricerche tra filosofia e pedagogia. Quaderni del Laboratorio Montessori, 1*, pages 1–13, 2015.
- M. Mellone, C.M. Ribeiro, and A. Jakobsen. Dare senso alle risposte degli studenti: la conoscenza interpretativa nella formazione insegnanti. *Didattica della Matematica*, 3:50–62, 2018. doi: <https://dx.doi.org/10.33683/ddm.18.3.3>.
- MIM (Ministero dell'Istruzione e del Merito). *Linee guida per le discipline STEM*, 2023.
- MIUR (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca). Indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione. *Annali della Pubblica Istruzione, LXXXVIII*, numero speciale. Le Monnier, 2012.
- Y. Miyamoto. Wilhelm von Humboldt's Bildung theory and educational reform: reconstructing Bildung as a pedagogical concept. *Journal of Curriculum Studies*, 54(1):1–17, 2022. doi: <https://dx.doi.org/10.1080/00220272.2021.1949750>.
- G. Monsagrati. Matteucci, Carlo (voce). In *Enciclopedia Treccani*. URL [https://www.treccani.it/enciclopedia/carlo-matteucci_\(Il-Contributo-italiano-alla-storia-del-Pensiero:-Scienze\)](https://www.treccani.it/enciclopedia/carlo-matteucci_(Il-Contributo-italiano-alla-storia-del-Pensiero:-Scienze)). 2013.
- M. Morandi. *La scuola secondaria in Italia. Ordinamento e programmi dal 1859 ad oggi*. FrancoAngeli, 2014.
- L. Nicotra. Federigo Enriques: tra filosofia e matematica (I). *ArteScienza*, 10:5–34, 2018. doi: <https://dx.doi.org/10.30449/AS.v5n10.085>.
- L. Nicotra. Federigo Enriques: tra filosofia e matematica (III). *ArteScienza*, 13:5–51, 2020. doi: <https://dx.doi.org/10.30449/AS.v7n13.111>.
- L. Nicotra. La disputa fra Federigo Enriques e i neoidealisti italiani: una disfatta dell'Enriques?. *Science & Philosophy*, 12(1):97–167, 2024.
- J. Östling. *Humboldt and the modern German university. An intellectual history*. Lund University Press, 2018.
- B. Pepin. Exploring mathematics teacher knowledge for teaching: mathematics teachers in England, France and Germany. *Orbis Scholae*, 3(2):27–46, 2009.
- G. Pocalana, and S. Cerasaro. Joint professional development of teachers and researchers. *For the Learning of Mathematics*, 45(3):20–26, 2025.

- O. Pompeo Faracovi. Enriques, Gentile e la Matematica. In L. Giacardi, editor, *Da Casati a Gentile momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, pages 305–321. Lumières Internationales, 2006.
- S. Prediger, A. Bikner-Ahsbahs, and F. Arzarello. Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM Mathematical Education*, 40(2):165–178, 2008.
- S. Prediger, and K. Erath. Content, Interaction, or Both? Synthesizing Two German Traditions in a Video Study on Learning to Explain in Mathematics Classroom Microcultures. *Eurasia Journal of Mathematics, Science, and Technology Education*, 10(4):313–327, 2014.
- L. Radford. History of mathematics and mathematics education. In M.N. Fried, and T. Dreyfus, editors, *Mathematics, and mathematics education: Searching for common ground*, pages 89–109. Springer, 2014.
- H. Saeverot. Hegel's Phenomenology of Spirit as Bildungsroman. *Studies in Philosophy and Education*, 43(1):1–13, 2023. doi: <https://dx.doi.org/10.1007/s11217-023-09904-5>.
- S. Sansavini. Il difficile dialogo fra le culture umanistica e scientifica. *Il Carrobbio*, 15:1–18, 2014.
- S. Sbaragli. Il ruolo dell'interpretazione personale in aula. In B. D'Amore, and S. Sbaragli, editors, *Un quarto di secolo al servizio della didattica della matematica. Atti del convegno Incontri con la matematica n. 25*, pages 47–52. Pitagora Editrice Bologna, 2011.
- G. Schubring. On Historiography of Teaching and Learning Mathematics. In A. Karp, and G. Schubring, editors, *Handbook on the History of Mathematics Education*, pages 3–8. Springer, 2014.
- L.S. Shulman. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2):4–14, 1986.
- G. Sola. *Umbildung. La "trasformazione" nella formazione dell'uomo*. Bompiani, 2003.
- G. Sola. *La formazione originaria. Paideia, humanitas, perfectio, dignitas hominis, Bildung*. Studi Bompiani, 2018.
- A. Sørensen. *Bildung* in Hegel's *Phenomenology*. Acute Alienation and Education. In A. Campillo, and D. Manzanero, editors, *Actas I Congreso internacional de la Red española de Filosofía, IX*, pages 63–80. Publicacions de la Universitat de València, 2015.
- C.A. Taylor. Is a posthumanist bildung possible? Reclaiming the promise of bildung for contemporary higher education. *Higher Education*, 74(3):419–435, 2016.
- R. Tobies. Felix Klein (1849-1925): Symbiosis of History, Teaching, and Culture. In K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, A. Karp, J. Prytz, G. Schubring, Y. Weiss, and J. Zender, editors,

Formazione dei docenti e la Bildung: il quadro di riferimento BMDD

"Dig where you stand" 7. Proceedings of the seventh International Conference on the History of Mathematics Education. WTM-Verlag, 2023.

M. Tombolato. Promuovere la competenza epistemica attraverso l'educazione scientifica. Il ruolo della storia della scienza e dell'epistemologia nella formazione degli insegnanti. *Annali online della Didattica e della Formazione Docente*, 15(25) (supplemento):286–296, 2023.

F. Varanini. La formazione come arte letteraria: ovvero la Morfosfera. *Rivista Aif per la formazione*, 1(90):45–49, 2012.

H.-G. Weigand, W. McCallum, M. Menghini, M. Neubrand, and G. Schubring, editors. *The Legacy of Felix Klein*. Springer, 2019. doi: <https://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-99386-7>.

L. Zuccheri, and V. Zudini. Didattica della matematica nell'Impero asburgico e nel Regno d'Italia all'inizio del XX secolo: un confronto. *Quaderni CIRD*, 4:6–19, 2012.