

Il latino della scienza Galilei e i fratelli Bernoulli in uno studio interdisciplinare sulla brachistocrona

(Latin in Science, Galilei and the Bernoulli
brothers in interdisciplinary study over the
Brachistochrone)*

Francesca Coppa[†]
Piera Filippi[‡]

Abstract

In this paper, we describe an interdisciplinary study between Latin and Mathematics, where Latin serves as a tool for inquiry, facilitating access to and reflection on the new mathematical concepts that emerged during the Scientific Revolution of the 17th and 18th centuries. By examining original texts in Latin, we trace the genesis of these concepts and their development through the creation of a new Latin lexicon tailored to express them.

We analyze texts by Galileo and the Bernoulli brothers concerning the brachistochrone problem, which marks the transition from classical mathematics to the new infinitesimal calculus that laid the groundwork for the Scientific Revolution. From an epistemological perspective, solving this problem—which requires the new tools of differential calculus—offers a significant example of the limitations of classical mathematics. The analysis of primary sources allows us to reconstruct the original thinking that led scientists to propose solutions, while also encountering an epistemological

* Received on October 1, 2024. Accepted on November 3, 2024. Published on November 5, 2024. DOI: 10.23756/sp.v12i2.1657. ISSN 2282-7757; eISSN 2282-7765. ©Coppa and Filippi. This paper is published under the CC-BY licence agreement.

[†] Sapienza, Università di Roma; francesca.coppa@uniroma1.it

[‡] -Liceo Scientifico Plinio Seniore - Roma; piera.filippi@liceoplinio.edu.it

obstacle: the concept of the limit. Furthermore, analyzing the Latin texts reveals the construction and evolution of scientific language as it developed alongside the new mathematics.

Keywords: Brachistochrone, Latin, Galilei, Bernoulli, History of Mathematics.

Sunto

In questo lavoro descriviamo uno studio interdisciplinare tra Latino e Matematica in cui il latino diventa strumento di indagine che facilita l'accesso e la riflessione sui nuovi concetti matematici che si sviluppano durante la rivoluzione scientifica tra Sei e Settecento. Tramite la lettura dei testi originali in Latino, è possibile seguire la genesi dei nuovi concetti anche tracciandone lo sviluppo in un nuovo lessico latino necessario alla loro espressione. Vengono analizzati alcuni testi di Galileo e dei fratelli Bernoulli relativi al problema della brachistocrona, nei quali si realizza il passaggio tra la matematica classica e il nuovo calcolo infinitesimale, che creerà i presupposti per la rivoluzione scientifica. Da un punto di vista epistemologico la risoluzione di tale problema, che richiede i nuovi strumenti del calcolo differenziale, rappresenta un esempio significativo dei limiti della matematica classica. L'analisi dalle fonti dirette consente di ricostruire il pensiero originale, che ha permesso agli scienziati di formulare le proposte risolutive, e di incontrare un esempio di ostacolo epistemologico che è rappresentato dal concetto di limite. Inoltre, l'analisi del testo in latino permette di apprezzare realmente la costruzione e l'evoluzione del linguaggio scientifico che si viene a creare di pari passo con la nuova matematica.

Parole chiave: Brachistocrona, Latino, Galilei, Bernoulli, Storia della Matematica.

1. Introduzione

Nel '700 il latino era la lingua franca della nuova Scienza in Europa. In quel periodo storico, sono state scritte le pagine fondamentali per lo sviluppo della matematica e della fisica ed inevitabilmente il nuovo linguaggio scientifico è stato formalizzato nella lingua latina.

L'accesso ai testi originali è una grande occasione per ripercorrere, ed in qualche misura rivivere, la genesi di concetti matematici fondamentali e complessi, che prendono vita tramite la lingua nella quale sono stati descritti.

Abbiamo considerato un problema classico, quello della brachistocrona, la cui risoluzione mette in luce la crisi della matematica classica, necessitando dei nuovi strumenti introdotti da Leibniz e Newton a metà del '600. Ne abbiamo analizzato le risoluzioni proposte da Galilei e dai fratelli Bernoulli, a partire dai testi originali.

Lo studio delle fonti originali ha richiesto, in una interazione continua, da un lato l'analisi in chiave diacronica e filologica del latino e dall'altra l'interpretazione del pensiero scientifico del tempo, diventando così i testi il *boundary object* [1] per il latinista ed il matematico ovvero un oggetto analizzato con sensibilità differenti da comunità diverse. Già Calvino aveva individuato tale confine valicabile in una linea ideale Dante-Galilei- Leopardi: 'Non è scandaloso accostare Galilei a Dante: l'opera letteraria come mappa del mondo e dello scibile, la scrittura mossa da una spinta conoscitiva. La scienza e la filosofia naturale sono la vocazione della letteratura italiana, che coinvolge altri grandi autori come L. Ariosto e G. Leopardi' [6].

Ci soffermiamo ora su alcuni passi scelti con l'obiettivo di mostrare come l'analisi della fonte primaria in lingua latina possa contribuire ad acquisire una comprensione profonda dell'argomento. Inevitabilmente, ogni traduzione e/o compendio in linguaggio a noi più familiare, se da un lato rende più fruibile il contenuto dall'altro fa perdere di vista allo studioso il pensiero che ha portato gli scienziati del tempo a quel tipo di dimostrazione, ma anche il lungo lavoro di definizione ed evoluzione del nuovo linguaggio scientifico.

2. Il linguaggio di Galilei

Galileo ha utilizzato il latino in alcune delle sue opere più importanti. Questa scelta era comune tra gli studiosi dell'epoca, poiché il latino era la lingua ufficiale della comunicazione tra dotti e sapienti.

Per analizzare il latino di Galilei è opportuno conoscere quali forme sintattiche, lessicali, quali particolarità ortografiche, morfologiche, quali modelli lo influenzassero in un contesto storico e culturale lontano ormai da quello precedente, umanistico-rinascimentale.

[§] "I am conscious of myself and become myself only while revealing myself for another, through another, and with the help of another. . . [E]very internal experience ends up on the boundary." Michail M. Bachtin (1984, p. 287), (Akkerman, S. F., & Bakker, A., *Review of Educational Research*, 2011).

Nella scrittura in latino delle sue opere scientifiche e filosofiche, si è avvalso e ha attinto da fonti classiche in latino. Egli, infatti, era immerso profondamente nella letteratura classica, in testi di autori come Virgilio, Ovidio, Cicerone e Seneca, i quali hanno influenzato il suo uso del latino. Era anche ben versato nei testi scientifici e filosofici dell'antichità, come quelli di Aristotele, Euclide, Tolomeo e Archimede. Sebbene le sue teorie e scoperte scientifiche si discostassero in gran parte da quelle dei suoi predecessori antichi, il linguaggio scientifico e filosofico dell'epoca era ancora influenzato dai testi classici. Infine, essendo nato e vissuto in un periodo di significativa influenza della chiesa cattolica, era familiare anche con il latino utilizzato nei testi religiosi e teologici della tradizione ecclesiastica.

Queste fonti classiche gli hanno fornito una solida base linguistica e stilistica per le sue opere in latino. Tuttavia, è importante notare che egli era un innovatore nel suo campo e talvolta adattava il linguaggio latino esistente per descrivere concetti scientifici innovativi e rivoluzionari. Nonostante lo studio delle lingue classiche (imparò anche il greco) e l'uso del latino in alcune sue opere, preferì certamente esprimersi nella lingua fiorentina anche per poter raggiungere un più largo pubblico di lettori, che comprendesse chiunque fosse dotato di 'bon snaturale' (intelligenza), come egli scriveva in una lettera a Paolo Gualdo del 16 giugno 1612, in cui spiegava la scelta dell'italiano e delineava il suo 'lettore modello': non quelli che andavano all'Università perché sapevano il latino e magari erano 'inettissimi', ma quelli che non lo sapevano e «non potendo vedere le cose scritte in baos», benché intelligenti, si dedicavano ad altro. Galilei scriveva in 'vulgare' perché voleva che si convincessero che la natura «come gl'ha dati gl'occhi per veder l'opere sue», così ha dato loro «il cervello da poterle intendere e capire» [5].

Riprendendo le parole del Migliorini [18], si può affermare che «Con il Seicento siamo alla svolta decisiva: nascono le nuove scienze, svincolandosi dallo sterile metodo peripatetico, e questo spirito nuovo ha bisogno di un'espressione adeguata. Sarà il vecchio oltre della scolastica, già malconcio per i colpi che gli hanno dato gli umanisti?

O sarà l'elegante vaso antico dissotterrato e polito dal classicismo? Il latino, sia quello di tipo scolastico, sia quello di tipo umanistico, avrebbe certo il vantaggio di rivolgersi ai dotti di tutta l'Europa. Ma Galileo non ha solo dei concetti da esprimere: egli ha in sé un'energia, un entusiasmo, un furore di proselitismo che vuol esercitare non sulla corporazione dei dotti, catafratta di citazioni aristoteliche e di sillogismi pseudo-scientifici, ma sugli uomini che hanno esperienza di vita e ingegno aperto. A costoro non bisogna parlare in baos, ma servirsi di una lingua viva, che sia insieme capace d'arte e di scienza».

3. I Discorsi e dimostrazioni

Tra le opere di Galilei scritte in latino si includono anche i *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (da ora in avanti *Discorsi e dimostrazioni*)

Sebbene gran parte del testo sia scritto in volgare italiano e solo alcune sezioni in latino, il quale risulta chiaro e lineare, adatto per comunicare le sue scoperte scientifiche anche a un pubblico non prettamente accademico. Pur rispettando le convenzioni linguistiche e grammaticali del latino classico, egli ha talvolta adattato il vocabolario esistente per descrivere concetti scientifici emergenti o introdotto nuovi termini, scelta che rifletteva la sua audacia in campo scientifico e la sua volontà di esplorare nuovi orizzonti. L'uso del latino era anche una scelta socio-culturale, volta a raggiungere un pubblico più ampio e sottolineare l'importanza delle sue scoperte nel contesto culturale dell'epoca. Poste tali considerazioni, è interessante riflettere su alcuni termini e ricercarne il significato traslato in ambito matematico da un'accezione più letterale.

I *Discorsi e dimostrazioni* [11] rappresentano la nascita della scienza moderna. Nonostante fosse stato proibito a Galilei, dopo la condanna e l'abiura, di occuparsi di questioni cosmologiche, e fosse stata vietata dall'Inquisizione la pubblicazione di qualsiasi suo scritto, la sua incessante curiosità, tuttavia, non lo fece desistere dalla ricerca, cui diede un nuovo oggetto: la fisica terrestre anziché la fisica celeste. Decise pertanto di far stampare il libro in Leida in Olanda, in cui i veti dell'Inquisizione non furono rispettati. Il testo cerca di sistematizzare le sue teorie affrontando campi diversi della fisica che vanno dalle proprietà della materia, connesse alla sua resistenza a rompersi, ai fenomeni del moto, argomentazioni arricchite da molte digressioni sui più svariati effetti naturali. Il libro non parve destare particolari reazioni di sdegno o apprensione [14].

Ci soffermeremo adesso su alcuni passi fondamentali della terza giornata **, in cui Galilei pone le fondamenta della cinematica del moto accelerato.

Interessante è leggervi, nel paragrafo introduttivo del *De motu naturaliter accelerato*, che:

[.] *tamen, quandoquidem quadam accelerationis specie gravium descendantium utitur natura, eorundem speculari passiones decrevimus, si eam, quam allaturi sumus de nostro motu accelerato definitionem, cum essentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit* ††.

La natura si serve di una certa forma di accelerazione nei gravi discendenti. Galilei, dunque, intende studiarne le proprietà e fornire una definizione del moto naturalmente accelerato, che corrisponda a quello di cui si serve la natura che 'suole far uso dei mezzi più immediati', grazie alla formulazione e l'introduzione di un linguaggio specialistico della fisica moderna che si lega ad un sostrato grammaticale classico. Qualche riga più avanti si legge che:

** Per lo studio del testo si è fatto riferimento a [11; 12; 13; 14; 15]

†† Ossia, 'Tuttavia dal momento che la natura si serve di una certa forma di accelerazione nei gravi discendenti, abbiamo stabilito di studiarne le proprietà posto che la definizione che daremo del nostro moto accelerato abbia a corrispondere con l'essenza del moto naturalmente accelerato'.

[.]sicut enim motus aequabilitas et uniformitas per temporum spatiorumque aequabilitates definitur ac concipitur (lationem, enim, tunc aequabilem appellamus, cum temporibus aequalibus aequalia conficiuntur spatia) ita per easdem aequalites partium temporis, incrementa celeritatis simpliciter facta percipere possumus; mente concipientes, motum illum uniformiter eodemque modo continue acceleratum esse, dum temporibus quibuscumque aequalibus aequalia ei superaddantur celeritatis additimenta^{††}.

Compaiono quindi rispettivamente l'espressione *naturaliter accelerato*, nel primo paragrafo riportato, che indica l'osservazione della natura mentre nel secondo paragrafo troviamo *uniformiter accelerato* (attestato in Arnobio), legato alle uguali porzioni di velocità in porzioni uguali di tempo e che, come si legge nel brano, spiega rifacendosi alla suddivisione dei tempi nel moto uniforme.

Egli usa spesso l'espressione *gradus velocitatis*, di provenienza medievale, attestato nell'opera di Nicola Oresme, come sinonimo di *momentum velocitatis* per indicare la velocità istantanea. Con il termine *momentum* intende spesso la quantità di moto ma a volte anche il concetto di energia. L'*impeto* fa riferimento spesso all'energia cinetica, altre volte indica quella che oggi denominiamo quantità di moto. Il termine gravità può essere interpretato come la forza peso [8].

Aequabilis diventa uniforme; *latio,-onis* (*latum* da *fero*), presente ad esempio nel corollario II del teorema II, giornata terza, *de motu naturaliter accelerato*, è inteso come moto da un originario 'atto di portare, proporre', già attestato in Cicerone, Livio e Gellio; così *passio,-onis*, che significa 'sofferenza, patimento', indica la proprietà conseguente al moto stesso, e ugualmente si assimila al significato di "proprietà, caratteristica" il termine *symptoma-atris* propriamente 'sintomo', già ricorrente nel libro I, proposizioni 11-13, de Le coniche, testo di Apollonio di Perga [2], di cui la prima edizione, in greco e latino, fu pubblicata a Bologna da Federico Commandino nel 1566. Entrambi i termini figurano ancora nel primo paragrafo del *De motu naturaliter accelerato*:

[.] et consequentes eius passiones contemplari, non sit inconueniens (ita, enim, qui helicas aut conchoides lineas ex motibus quibusdam exortas, licet talibus non utatur natura, sibi finxerunt, earum symptomata ex suppositione demonstrarunt cum laude)^{§§} [.]

^{††} Ossia, 'Come infatti l'uguaglianza e uniformità del moto si definisce e si concepisce attraverso l'uguaglianza dei tempi e degli spazi (chiamiamo, infatti, moto uniforme quello per cui in tempi uguali si percorrono spazi uguali), così possiamo percepire gli incrementi della velocità, semplicemente compiuti, attraverso la stessa uguaglianza delle parti del tempo; concependo mentalmente che quel moto è continuamente accelerato in modo uniforme, mentre in qualsiasi tempo uguale si aggiungono incrementi uguali alla velocità'.

^{§§} Ossia, 'e considerare le sue conseguenze non è fuori luogo (infatti, coloro che hanno immaginato curve come le eliche o le conchoidi, nate da determinati moti, sebbene la natura non usi tali curve, ne hanno dimostrato le proprietà, secondo una supposizione, con lode)'.

Dai teoremi e dalle proposizioni analizzati l'attenzione si pone, in ambito lessicale, su alcune espressioni particolarmente interessanti: *velocitatis gradus*, *subduplus*, presente ad esempio nel *Theorema I - Propositio I*, giornata terza, *De motu naturaliter accelerato*, qui di seguito riportato.

*Tempus in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est aequale tempore in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aequabili delato, cuius velocitatis gradus subduplus sit ad summum et ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati^{***}.*

Nel Theorema IV- Propositio IV, di seguito riportato, compare l'espressione *subdupla ratione*.

Tempora lationum super planis aequalibus, sed inaequaliter inclinatis, sunt inter se in subdupla ratione elevationum eorundem planorum permutatim accepta^{†††}.

Entrambi gli aggettivi *subduplus* e *subdupla* sono composti dal prefisso *sub-*, sotto, inferiore, che indica, nel primo, la metà rispetto al *duplus*, al doppio, nel secondo, una ragione di inferiorità rispetto al quadrato, *duplicatus*, quindi la radice quadrata. Dal latino imperiale proviene l'aggettivo *subduplus*, rilevato nell'opera di Boezio, e si attesta poi verso il 1377 nell'opera di Nicola Oresme, filosofo, matematico, fisico, astronomo. Se ne hanno altre attestazioni nel 1500 fino all'uso prettamente scientifico che ne fa Galilei.

Dal punto di vista linguistico, destano interesse alcuni termini, presenti nell'enunciato del Theorema XXII - Propositio XXXVI, di seguito riportato:

Si in circulo ad horizontem erecto ab imo puncto elevetur planum non maiorem subtendens circumferentiam quadrante, a terminis cuius duo alia plania ad quodlibet circumferentiae punctum inflectantur, quam in solo priori plano elevato, vel quam in altero tantum ex illis duobus, nempe in inferiori.^{†††}

e in molti altri presenti nel testo quali, ad esempio, *horizontem*, corrispondente a linea di base, derivante da un significato di linea passante per il centro del quadrante solare, come

^{***} Ossia, 'Il tempo in cui uno spazio dato è percorso da un mobile con moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete, è eguale al tempo in cui quel medesimo spazio sarebbe percorso dal medesimo mobile mosso di moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo (metà) del grado di velocità ultimo e massimo'.

^{†††} Ossia, 'I tempi dei moti su piani di eguale lunghezza, ma di diversa inclinazione, stanno tra di loro in sudduplicata proporzione delle elevazioni dei medesimi piani permutatamente prese (cioè in un rapporto pari alla radice quadrata del rapporto inverso tra le elevazioni)'.

^{†††} Ossia, 'Se in un cerchio, eretto sull'orizzonte, dal suo punto più basso si innalza un piano inclinato, il quale sottenda un arco non maggiore di un quadrante, e se dagli estremi di tale piano si conducono due altri piani inclinati a un qualsiasi punto dell'arco, la discesa lungo [il sistema di] questi due ultimi piani inclinati si compirà in minor tempo che lungo il solo primo piano inclinato, o che lungo uno soltanto di questi due ultimi piani, e precisamente l'inferiore'.

attestato in Vitruvio e *subtendens*, che sottende (attestazione in Catone) e che continuiamo a trovare nel nostro linguaggio della geometria euclidea.

3.1 Il problema della brachistocrona

Dopo aver dunque presentato le assunzioni e diversi teoremi relativi alla cinematica del moto accelerato, Galilei pone il problema della brachistocrona mostrando come essa non coincida con la geodetica (quindi con un percorso rettilineo trattandosi di geometria piana).

Nello *scholium* del Theorema XXII - Propositio XXXVI giornata terza, affronta il problema e, introducendo un procedimento iterativo, suppone che più punti intermedi si

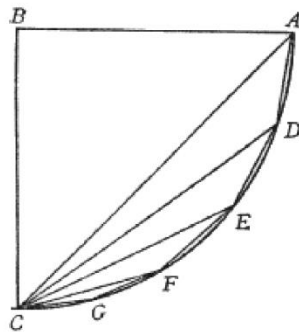


Fig. 1 Scholium teorema XXII, giornata terza

aggiungono lungo la traiettoria poligonale, più diminuisce il tempo necessario a percorrerla: il movimento più veloce per andare da A a C «*non per brevissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem* [..]. Quo igitur per iscriptos poligono magis ad circumferentiam accedimus, eo citius absolvitur motus inter duos terminos signatos A, CV».

Arriva dunque ad individuare correttamente, e con una brillante dimostrazione, che la circonferenza è una curva migliore rispetto al piano inclinato, relativamente a tale problema, ma non può dimostrare che è la migliore, ciò perché la matematica nota fino ad allora, che non gestisce procedimenti di limite, non può fornire risoluzioni per problemi di questo tipo. Gli strumenti con i quali cerca di risolvere il problema sono quelli della geometria euclidea: similitudine, teorema di Pitagora e teoria delle proporzioni. C'è un'idea implicita di passaggio al limite, che in qualche modo ricorda il metodo di esaustione. Il ragionamento iterativo che propone Galilei poggia sulla dimostrazione da lui realizzata (nel Theorema XXII - Propositio XXXVI) che il tempo per percorrere un sistema di due piani inclinati consecutivi (AD e DC in fig. 1) sia minore di quello richiesto per percorrere un tratto con gli stessi estremi (AC in fig. 1). Tuttavia egli non tiene conto

del fatto che, già nella prima iterazione, quando si parte dal punto D per sostituire il tratto DC con il sistema DE+EC, la condizione iniziale di velocità non è la stessa [7; 16]. La lettura del testo originale permette di evidenziare e discutere questi nodi concettuali, ostacoli epistemologici, e apprezzare la novità nelle soluzioni che la matematica moderna fornirà.

La sua grande innovazione risiede nel cercare di utilizzare strumenti che ricordano il metodo di esaustione per risolvere nuovi problemi di cinematica e che anticipano problemi di tipo differenziale. La soluzione da lui proposta, l'arco di circonferenza, risulta effettivamente più veloce di qualunque poligonale in essa inscritta ma non è la brachistocrona, ovvero la linea più breve che, come mostreremo nel seguito, i fratelli Bernoulli dimostreranno essere un arco di cicloide ordinaria.

4. Il latino dei fratelli Bernoulli e dei matematici del tempo

Negli *Acta Eruditorum* del 1697 compaiono le dimostrazioni dei due fratelli Bernoulli e di altri matematici del tempo. Dall'analisi dei testi, secondo un punto di vista linguistico- lessicale e metodologico, appare evidente il passaggio da una struttura di sintassi ancora influenzata dal latino classico e umanistico- rinascimentale di Galilei a un formalismo sistematico nell'uso di espressioni morfosintattiche molto semplificate e di termini ormai divenuti specifici in un linguaggio propriamente matematico, tra i quali si annoverano *diaphanus*, *linea recta*, *curva*, *sinus*, *linea verticalis*, *abscissa*, *applicata*, *differentialem* [7; 19]. Questi ultimi compaiono già nel *Nova methodus* di Leibniz [17].

Il testo della dimostrazione di Johann: *Curvatura radii in Diaphanis non uniformibus, Solutioque Problematis a se* in *Actis* 1696, p. 269 [4] è scritto in una lingua latina più semplificata. Infatti, Johann riprende la lezione di Galilei, sperimentando però strumenti diversi, che egli rende in una lingua latina ormai lontana dai canoni classici o umanistici e divenuta funzionale all'espressione della matematica.

Johann si distanzia dalla lezione galileiana per giungere alla soluzione con strumenti diversi, spiegati in un latino ormai duttile alle esigenze del linguaggio scientifico, come, ad esempio, si può apprezzare nella descrizione della analogia ottica-meccanica che egli utilizza come espediente per aiutare il lettore a comprendere la dimostrazione:

Si nunc concipiamus medium non uniformiter densum, sed velut per infinitas lamellas horizontaliter interjecta distinctum [.]; manifestum est, radium, quem ut globulum cinsideramus, non emanatur in linea recta, sed in curva quadam (notante id iam & ipso hugenio in eodem Tractatu de Lumine, sed ipsam curvai naturam minime determinante) quae eius sit naturae, ut globulus per illam decurrens celeritate continue aucta vel

diminuta, pro ratione graduum raritatis, brevissimo tempore perveniat a punto ad punctum. §§§ [.]

Nella brillante dimostrazione, Johann adotta, come si è appena detto, un procedimento introdotto attraverso una analogia ottica-meccanica tra il problema di minimo tempo di un raggio di luce che si propaga in un mezzo a densità variabile ed il minimo tempo di percorrenza di un grave vincolato su una curva e soggetto all'azione della gravità; entrambi sono fenomeni a velocità variabili per i quali viene richiesto il tempo minimo di percorrenza (principio di minor tempo di Fermat^{****}.) Considera dunque un mezzo che non sia omogeneamente denso ma che sia composto di strati orizzontali con densità crescente o decrescente (*infinitas lamellas*).

Fa dunque un esperimento concettuale, se esistesse un mezzo fatto da un'infinità di lamelle a densità crescente o decrescente, un raggio non si propagherà in linea retta ma curva, analogamente ad una palla sotto l'azione della sola gravità e che percorre il cammino secondo una velocità sempre aumentata o diminuita (il raggio si comporta come la palla se si avesse una materia con tante lamelle a varie densità, con una opportuna legge di variazione).

Per un tale sistema a velocità variabile la richiesta di tempo minimo ha come soluzione la legge di Snell. La legge della rifrazione di Snell^{††††} si può ricavare dal principio di Fermat.

Tale legge vale per qualunque sistema a velocità non uniforme e non solo in campo ottico e rende minimo il tempo di percorrenza su un percorso fatto di due spezzoni finiti di traiettoria. Essendo però la ricerca della brachistocrona un problema di meccanica, Johann, per determinare la soluzione, applica la fondamentale legge di caduta di Galilei.

§§§ Ossia, 'è manifesto che un raggio che noi consideriamo come una particella non si propagherà lungo una linea retta, ma lungo una curva (come già lo stesso Huygens aveva notato sul suo Trattato sulla Luce ma senza aver determinato la natura della curva) che è di tale natura, che una palla che la percorre con una velocità continuamente aumentata o diminuita, secondo il grado di densità, può giungere da un punto all'altro nel più breve tempo' [9].

**** Principio del minimo tempo impiegato per il raggio nella rifrazione, formalizzato intorno al 1629: di tutti i possibili cammini che un raggio di luce può percorrere per andare da un punto a un altro, esso segue il cammino che richiede il tempo più breve.

†††† La luce che viaggia dal punto A in un mezzo 1 al punto B in un mezzo 2 può intraprendere infiniti percorsi possibili costituiti da segmenti di linea in ciascun mezzo. Ogni percorso attraversa l'interfaccia in una certa posizione x, e quindi ne crea gli angoli θ_1 e θ_2 rispetto alla normale all'interfaccia. Per la dimostrazione di tale legge si sfrutta il principio fisico secondo cui il tempo varia in modo proporzionale alla distanza percorsa e in modo inversamente proporzionale alla velocità.

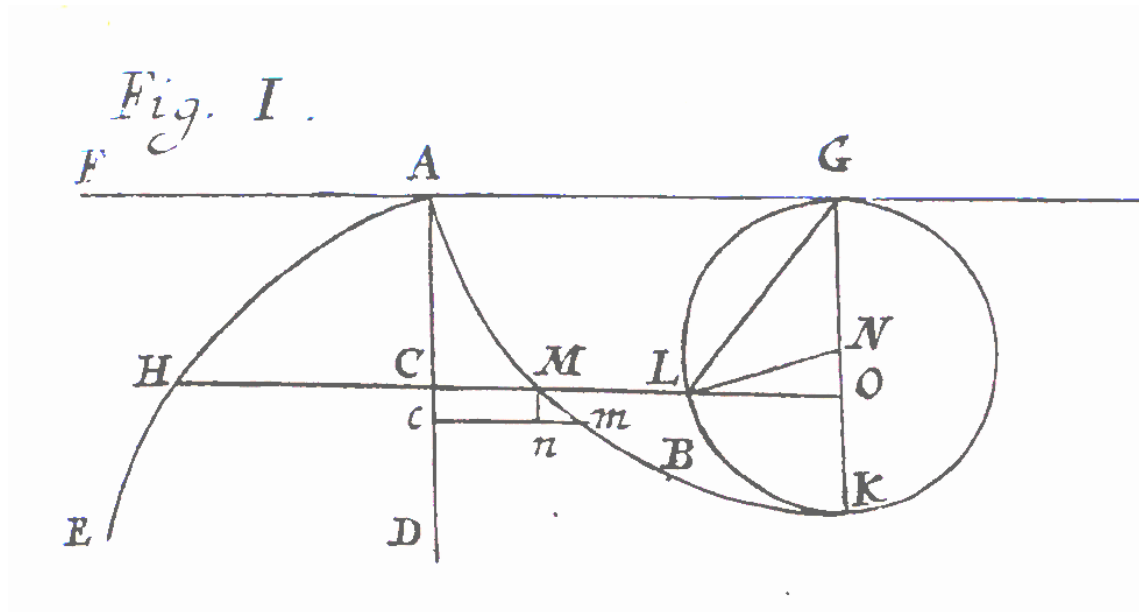


fig 2. Dimostrazione di Johann

Nella fig.2, il punto A è nella parte meno densa mentre B sta nella parte più densa; ogni applicata ordinata CH di AC indica la densità media all'altezza AC, oppure le velocità del raggio, o della palla, in M (sulla curva AMB). Mediante l'uso dei differenziali si perviene alla forma differenziale della cicloide ordinaria [7, 9, 10]

L'articolo di Jakob, fratello maggiore di Johann, è strutturato in maniera simile a quello del fratello: *Solutio problematum fraternorum* [...] [3]. Anche in questo caso il lessico presenta una struttura latina estremamente funzionale alla matematica. Interessante si rivela l'etimologia del termine oligochrona, derivante da ὀλίγος e κρόνος, quale sinonimo di brachistocrona: «[...] qua quidem proprietate isochronam illam Hugenianam, nunc et oligochronam futuram, tritam nempe notamque Geometris Cycloidem gaudere deprehendo».

La soluzione presentata da Jakob è di tipo geometrico e si basa su un lemma, assicurante che, se per una curva assegnata la proprietà di essere suscettibile a massimizzazione o minimizzazione vale globalmente, allora questa proprietà vale pure localmente, cioè per un arco qualsiasi di questa curva. E' egli stesso che afferma:

*adeo ut problema ad puram Geometriam redactum huc redeat, ut inveniatur curva, quae elementa sua habeat composita ex elementis abscissarum directae, & radicibus applicatorum inverse: qua quidem proprietate Isochronam illam Hugenianam, nunc & Oligochronam futuram, tritam nempe notamque Geometris Cycloidem, gaudere deprehendo; [...] ****.*

**** Ossia, 'Il problema, dunque ridotto alla pura geometria, si riduce a questo: trovare una curva i cui elementi siano composti da quelli delle ascisse in modo diretto e dalle radici delle ordinate in modo inverso. Con questa proprietà, mi accorgo che la famosa cicloide, ben nota ai geometri, gode di essere quell'isocrona

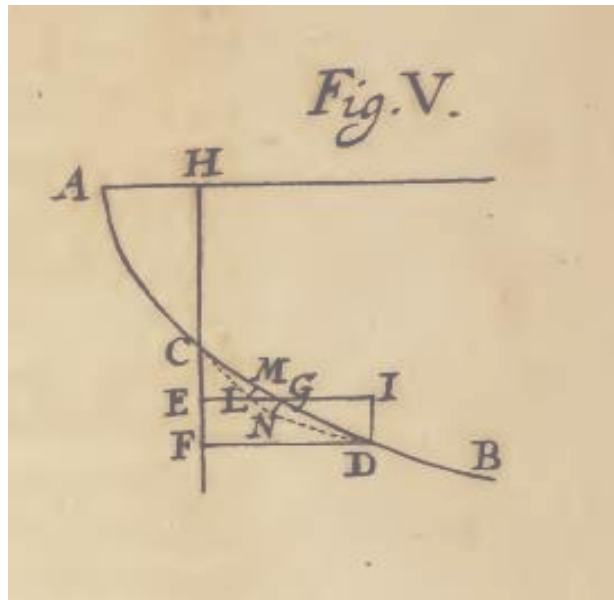


Fig. 3 Dimostrazione di Jakob

Jakob, come il fratello, utilizza la legge di caduta di Galilei mostrandone anch'egli l'importanza nello sviluppo della fisica moderna. L'uso dei differenziali permette anche a lui di arrivare alla forma differenziale della cicloide. Nel complesso, questa dimostrazione risulta più tecnica e fa un uso massiccio di proporzioni e la scrittura formale matematica pare più rudimentale di quella del fratello. Utilizza materiali già da lui elaborati e il suo approccio influenzerà i matematici futuri, fino a prima dell'introduzione del nuovo metodo da parte di Lagrange [16]. Ci piace chiudere evidenziando il seguente passo:

Ubi in transitu considerandum proponimus Celeberrimo Domino Nieuwentiit usum differerentio – differentialium [quae ipse immerito explodit [.]

in cui Jakob probabilmente manifesta la presa di posizione a favore di Leibniz nella diatriba sulla paternità del calcolo differenziale.

Le diatribe e le invettive sono sempre attuali, qualunque sia il periodo storico d'indagine.

di Huygens, ora anche chiamata oligochrona. Questa proprietà appartiene all'isocrona di Huygens, che è quindi anche l'oligocrona cioè la cicloide ben nota ai Geometri [.]'.

4. Conclusioni

L'analisi condotta sui testi ha mostrato l'esigenza già di Galilei di introdurre un lessico in supporto all'espressione dei nuovi concetti. Tale lessico, recepito nel linguaggio scientifico, ritorna negli articoli dei fratelli Bernoulli, e più in generale nei lavori dei matematici del 1700, ampliato e sostenuto dalle conoscenze dei lavori di Leibniz e Newton.

Lo studio dell'evoluzione del pensiero scientifico e il ragionamento matematico sono intimamente uniti alla semantica del linguaggio, in quanto codice aperto a cambiamenti continui. In questo caso la lingua latina, con cui sono esposti i testi analizzati, diventa strumento di analisi scientifica anch'essa, a dimostrazione della complementarità di ambiti di studio e di indagine affini e connessi, nient'affatto distanti.

Dal punto di vista della comprensione dei concetti matematici, la lettura dei testi originali in lingua permette di cogliere nel profondo l'essenza dei nodi concettuali riconoscendone gli ostacoli epistemologici insiti e apprezzandone le strade che hanno portato al loro superamento.

Ringraziamenti

Si ringrazia il Prof. Paolo Freguglia per i consigli preziosi e la disponibilità ad un confronto continuo ed il Dr. Alberto Bigazzi per le discussioni in merito ai fondamenti della meccanica galileiana.

Bibliografia

- [1] S. F., Akkerman, & A. Bakker. Boundary crossing and boundary objects. Review of Educational Research, 81, 132-169. 2011.
- [2] Apollonius of Perga, Conics books one-seven. English translation by Boris Rosenfeld. The Pennsylvania State University.
- [3] Jakob Bernoulli, Solutio problematum fraternorum [...], Acta eruditorum, 211-217. 1697.
- [4] Johann Bernoulli, Curvatura radii [...], Propositi, de [...], Acta eruditorum, 206-211. 1697.
- [5] M. Bianchi, I passi galileiani di legittimazione linguistica del volgare in Filologie medievali e moderne 23 | 19. Ed. Ca' Foscari. 2020.
- [6] I. Calvino, L'approdo letterario, rivista. 1968.

- [7] F. Coppa, P. Filippi, Il problema della Brachistocrona in un percorso interdisciplinare tra latino e matematica, Atti IV Convegno “Matematica Natura Scienze dell’Alta Costiera Amalfitana”, Periodico di Matematica, supplemento al n. 3-settembre 2024.
- [8] A. De Angelis, Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze di Galileo Galilei per il lettore moderno, Codice edizioni, Torino. 2021.
- [9] P. Freguglia, M. Giaquinta, Intorno all’idea di curva matematica, 135-139, Pitagora Editrice, Bologna. 2020.
- [10] P. Freguglia, M. Giaquinta, The early period of the calculus of variations, (pp. 45-49), Birkhäuser, New York. 2016.
- [11] G. Galilei, Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, presso gli Elzevirii, Leida. 1638.
- [12] G. Galilei, a cura di Favaro A., Le opere di Galileo Galilei: edizione nazionale, vol. VIII, Barbera Editore, Firenze. 1890 - 1907.
- [13] G. Galilei. Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, a cura di A. Carugo - L. Geymonat, Torino 1958.
- [14] G. Galilei, a cura di Giusti E., Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, Einaudi Torino. 1990,
- [15] G. Galilei, a cura di Carugo A., Geymonat L., Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, Boringhieri Torino. 1958.
- [16] M. Giaquinta, La forma delle cose, Edizioni di storia e letteratura, Roma. 2014.
- [17] G. W. Leibniz, Nova methodus pro maximis et minimis, Acta eruditorum, pp 467-473, 1684.
- [18] B. Migliorini, Lingua e cultura, Roma, Tumminelli. 1948.
- [19] A.A. V. Sarrazin de Monferrier, G. Gasbarri, G. François, curatori del Dizionario delle scienze matematiche pure ed applicate, ed. Battelli, Firenze, 1838-1849.