

1


Ratio Matematica

QUADERNI

Introduzione all'Epistemologia

**Ennio Cortellini
Gianluca Eugeni
Franco Eugeni
Raffaele Mascella**

2000

INTRODUZIONE ALL'EPISTEMOLOGIA

Ennio CORTELLINI

Franco EUGENI

Gianluca EUGENI

Raffaele MASCELLA

**Dipartimento di Scienze della Comunicazione
Università degli Studi di Teramo**



*“La maggior parte degli
scienziati tendono a
capire della scienza poco
più di quanto un pesce
si intende di
idrodinamica.”*

Imre Lakatos

SOMMARIO: 1.1 Introduzione.–1.2 L'evoluzione del concetto di scienza.–1.3. Settori fondamentali dell'epistemologia.–1.4 Fondamenti dell'epistemologia .– 1.5 Bibliografia Essenziale

1.1 INTRODUZIONE

La disciplina che noi oggi chiamiamo *epistemologia* può essere sostanzialmente identificata con lo studio critico dei fondamenti del sapere scientifico unito alla determinazione dell'origine logica, del valore intrinseco di quel sapere e della sua portata oggettiva. In ordine al comprendere le identità dei saperi delle singole teorie e le loro mutue interconnessioni è fondamentale comprendere le relative condizioni regolative e con esse l'analisi dei principi, delle ipotesi, dei risultati e delle rivoluzioni delle diverse scienze. Non vi è dubbio che l'Epistemologia ci appaia come il modello contemporaneo della scientificità, sostituendosi, forse sovrapponendosi alla gnoseologia (gnosi, conoscenza) o ad una parte rilevante di essa.

Il suo significato etimologico lo possiamo riscontrare in un qualsiasi dizionario filosofico¹ dove è possibile trovare una definizione del seguente tipo:

"termine, coniato sulle parole greche epistèmè (scienza) e logos (discorso), con cui si indica quella branca della teoria generale della conoscenza che si occupa di problemi quali i fondamenti, la natura, i limiti e le condizioni di validità del sapere scientifico, tanto delle scienze cosiddette esatte (logica e matematica), quanto delle scienze cosiddette empiriche (fisica, chimica, biologia, ecc.; psicologia, sociologia, storiografia ecc.). L'epistemologia è quindi lo studio dei criteri generali che permettono di distinguere i giudizi di tipo scientifico da quelli di opinione tipici delle costruzioni metafisiche e religiose, delle valutazioni etiche, ecc. In questo senso l'epistemologia è considerata parte essenziale della filosofia della scienza".

Rimarchiamo ancora che Epistemologia, dal greco επιστημη, significa appunto «*discorso sulla filosofia della scienza*», intendendo per scienza la conoscenza sicura e rigorosa di definiti ambiti. Pur essendo una disciplina filosofica, l'epistemologia è anche

¹ *Enciclopedia di Filosofia*, Garzanti, Milano 1981. *Dizionario di Filosofia*, a cura di N. Abbagnano, Utet, Torino 1961. *Teoria della...* e nell'*Enciclopedia filosofica*, a cura del Centro Studi Filosofici di Gallarate, Sansoni, Firenze 1967.

quella parte dell'intera filosofia della scienza che tratta gli aspetti logici e metodologici.

La distinzione tra i due termini filosofia e scienza si ha maggiormente nella tradizione filosofica francese dove epistemologia e filosofia della scienza, intesi come corpi dottrinali, si equivalgono e si occupano sia di metodologia che di logica sia della portata e dei limiti del sapere scientifico. Nasce in Francia a seguito del positivismo un interesse verso nuove e varie riflessioni della riflessione epistemologica.

In Germania i termini Erkenntnislehre (corrisponde a conoscenza) e Wissenschaftslehre (Epistemologia) si differenziano per i rispettivi capiscuola, rispettivamente Cassirer e Mach.

In inglese Epistemology copre anche il significato di gnoseologia, ma presenta una corrente di pensiero molto ampio che risale a Russel, Carnai e Wittgenstein per muoversi verso gli stati Uniti con Popper, Kuhn e Feyerabend.

Oggi forse l'epistemologia deve anche intendersi come "la riflessione sulla conoscenza scientifica", allargata a vari ambiti quali quelle delle Scienze economiche, giuridiche, politiche e medico-sociali, della Psicoanalisi e della Psicologia e per finire il nascente iteresse di una revisione epistemologica di vari sottosettori dell'Ingegneria (Scienze delle Costruzioni, Idraulica, Chimica, ambiente e territorio), dell'Informatica e della Comunicazione, con visioni attuali spesso dirette verso il governo dell'incerto e della complessità. Potremmo riassumere quanto detto sopra dicendo semplicemente che *l'Epistemologia si occupa della validazione dei Sistemi più o meno deterministici, più o meno fuzzy, preposti alla comprensione del mondo che ci circonda reale e del pensiero*. Da questo punto di vista ci appare ben chiaro come sia attuale ed aperta la discussione, oramai di portata mondiale, su nuovi e importanti saperi i cui caratteri di scientificità e razionalità presentano degli statuti epistemologici che sembrano mettere in discussione e forse in crisi alcuni assunti, sia pur consolidati, della razionalità scientifica.

È evidente che l'epistemologia, in quanto riflessione sulla scienza, nasce e progredisce con il divenire di quest'ultima, assumendo una connotazione piena e matura solo dopo la formalizzazione del moderno concetto di scienza che finalmente distingue il sapere comune, quello filosofico e quello scientifico.

Possiamo considerare, in definitiva, l'epistemologia come quell'attività speculativa che tende a scoprire ed indicare i criteri per distinguere le proposizioni scientifiche da quelle non scientifiche mirando all'esplicitazione consapevole e sistematica del metodo e delle condizioni di validità delle asserzioni scientifiche.



1.2 L'EVOLUZIONE DEL CONCETTO DI SCIENZA.

Nella cultura greca classica la scienza veniva identificata con la filosofia. Parmenide indicava con il termine epistémè, la conoscenza vera cioè quell

a fondata sulla ragione, che si opponeva all'opinione, o doxa, basata sui sensi e quindi ritenuta fallace.

Platone ampliò il concetto osservando che esiste anche l'opinione vera, avente piena validità pratica, la quale stabilizza e garantisce la verità fornendone le ragioni.

Successivamente Aristotele classificò le scienze in:

- a) *teoriche*, cioè con fini di conoscenza pura;
- b) *pratiche*, ovvero concernenti l'azione umana;
- c) *poietiche*, cioè riguardanti la produzione di oggetti o di effetti.

La struttura del conoscere scientifico era basata sulla comprensione delle cause², ed identificava la scienza come un *sapere apodittico*³, ossia rigorosamente dimostrativo. Tale processo iniziava con il riconoscimento di alcuni *principi a priori*, ritenuti evidenti (i

² «Scienza si ha quando si conoscono le cause per le quali una cosa è, e si conosce che proprio per tal causa è la cosa, in modo che non possa darsi che sia diversamente» (Aristotele, *Metafisica*, I 2).

³ teorizzata da Aristotele negli *Analitici Posteriori*.

postulati), e molto spesso quasi di origine divina, l'accettazione, conscia o incoscia, di una logica (usualmente la logica di Aristotele) attraverso la quale si costruisce, per deduzione, l'intero sapere di quella scienza. Tale metodo è detto *metodo assiomatico*, ed una scienza così costruita è detta *Scienza Dimostrativa (nel senso di Aristotele)*. Il metodo assiomatico venne fortemente raffinato con le idee della libertà di scelta dei postulati, salvo i vincoli della indipendenza e non contraddittorietà, e sulla possibile scelta di una logica arbitraria. Tuttavia, dal metodo dimostrativo ai sistemi ipotetico-deduttivi e da questi alle lingue esatte e ai sistemi razionali⁴, si giunse pure a capire i grandi limiti di questi metodi, imposti dalla "terribile" *Prova di Gödel* ! Il metodo assiomatico venne applicato con successo alla matematica, ma non altrettanto alle scienze fisiche ed in genere maggiormente sperimentali. I costrutti elaborati per spiegare i principi della Natura, che erano pure astrazioni basate su indagini naturalistiche (come nel caso delle osservazioni astronomiche), non erano considerate espressioni scientifiche in quanto si riteneva che non esprimessero l'intrinseca essenza della realtà, ma la caratterizzavano in maniera meramente descrittiva.



Aristotele

I paradigmi relativi al concetto moderno di scienza vedono la luce con la *rivoluzione scientifica* rinascimentale, che attribuì un peso rilevante all'aspetto empirico e ne rivalutò le finalità pratiche, fino ad allora non solo accantonate ma sostanzialmente disprezzate! F. Bacon propose la via dell'*induzione* per cogliere la conoscenza delle essenze che, a partire da esperienze di senso comune, non potevano derivarsi dalla semplice astrazione intellettuale, bensì da procedimenti di comparazione con casi simili e di eliminazione (anche di pregiudizi, o *idola*, causati da condizionamenti di vario genere).



Francis Bacon

⁴ Per una sintesi di questa problematica si veda E. Carruccio, *Matematica e Logica nella storia e nel pensiero contemporaneo*, Gheroni, Torino, 1958.

Per G. Galilei⁵ la conoscenza della natura non aveva l'obiettivo di comprendere le sue intime essenze ma soltanto di comprendere e descrivere alcune sue proprietà. Le cause, inoltre, erano considerate solo se strettamente necessarie ai fini della comprensione dei fenomeni con l'esclusione di cause finali od occulte. Si raffinò, in questo contesto, il senso dell'*osservazione* che isola dall'esperienza comune gli aspetti descrivibili matematicamente e permette la formulazione induttiva delle *ipotesi*. Queste, attraverso un processo di deduzioni matematiche, conducono ad alcune conseguenze, da sottoporre a verifiche empiriche, che se confermate contribuiscono a *consacrare* una determinata ipotesi in termini di *legge fisica*. La spiegazione dei fenomeni ha solo un carattere parzialmente deduttivo, sulla base di ipotesi raggiunte induttivamente dall'osservazione e perde di fatto quel carattere logico-formale, che rimane proprio del sapere matematico. Spesso, comunque, i processi si compenetrano e le ipotesi non sono formulate soltanto a partire da analisi sulle esperienze concrete ma talvolta prendono l'avvio anche da considerazioni astratte che schematizzano la situazione concreta, limitandola e delineando un caso ideale, magari "eliminando dal modello" alcuni fattori perturbanti. Tipico è il modello del pendolo semplice ove le ipotesi di lavoro conducono a introdurre oggetti fisici inesistenti quali il punto materiale pesante e il filo senza spessore ed inestendibile (per eliminare situazioni perturbanti), assieme ad ipotesi gratuite quali le oscillazioni entro i "due gradi". Ipotesi, quest'ultima, che corrisponde al confondere un arco con il suo seno, indispensabile per poter integrare l'equazione della corda vibrante!

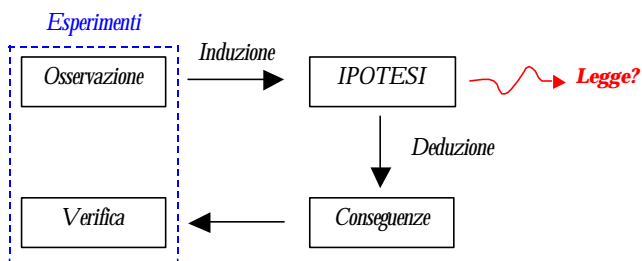


Galileo Galilei

Nasce così il concetto di *esperimento*, da realizzare in condizioni in cui figurano solo (possibilmente) i fattori considerati dall'ipotesi, come domanda artificiale posta alla Natura e la cui risposta va confrontata con la risposta logicamente implicata. La spiegazione dei concetti scientifici allora, avvalendosi di strumenti di

⁵ Galileo Galilei, *Il sagggiatore*, 1623

osservazione adattati per rilevare solo i caratteri desiderati, assume la forma della costruzione di una macchina ideale, capace di riprodurre l'andamento del fenomeno con un carattere *oggettivo*, sebbene i suoi aspetti siano concepiti dall'intelletto. Queste innovazioni vennero peraltro elaborate consapevolmente, conducendo ad una trattazione generale del *metodo scientifico*, concepito come insieme di regole per raggiungere una conoscenza senza errori. Esso venne elaborato ed applicato in vari campi: fisica, biologia, chimica, filosofia, matematica, ma anche nei fondamenti di discipline⁶ dell'Ingegneria, come ad esempio nel modello della trave di De Saint-Venant!



A partire dalle opere di I. Newton, la costituzione della scienza sperimentale portò al tentativo di unificazione di grandi classi di fenomeni e allo sviluppo della Meccanica Razionale come scienza capace di unificare tutte le scienze. L'universo era concepito dogmaticamente, come un insieme di meccanismi regolati uniformemente da alcune leggi generali, ovvero le leggi del movimento dei corpi, imposte dal creatore della natura. Dai pensieri galileiano e newtoniano derivò pertanto una metafisica meccanicistica.



Isaac Newton

⁶ Fin dai tempi di Monge, e del suo *Géométrie Descriptive* (1794) e tra rivoluzioni scientifiche ed esplosioni culturali, anche la Geometria Descrittiva, oggi abbandonata dai Matematici e ricoltivata da ingegneri e architetti, gioca il suo ruolo. Si veda: C.Cundari-F.Eugeni-L.Carnevali, *La geometria dell'Illuminismo: i grandi protagonisti di una esplosione culturale*, Quaestio N.0 (1997), 25-57.

Questa visione, però, era ben lungi dall'essere condivisa dai sostenitori della specificità di altre scienze che, pur accettando di applicare il metodo scientifico, non ritenevano di dover utilizzare solo i concetti della meccanica (ad esempio in chimica, biologia, psicologia scientifica). I risultati delle scienze naturali, dovuti tra gli altri a Galvani, Volta, Coulomb, Lavoisier e Brown, mostravano delle contrapposizioni polari non riconducibili al paradigma meccanicista.

A questa visione contribuirono anche i cultori delle scienze storico-sociali che, nel reclamare la dignità di scienza per le loro discipline, non miravano più a ricondurre i fenomeni osservati a leggi generali ma si preoccupavano invece solo di descriverli caso per caso per comprenderli sulla base dei loro caratteri ideali. Venne così concepito il *metodo ermeneutico*. L'Ermeneutica, intesa appunto come arte di interpretare oscuri testi e antichi documenti, giocò un importante ruolo nella ridefinizione della scientificità ed ebbe il pregio di allargare in modo considerevole il concetto stesso di scientificità, andando a ricaratterizzare le varie scienze umane fondate nel Novecento.

Lo stesso concetto del dimostrare in Matematica, così tipico della cultura occidentale e così negletto in quella orientale, ha subito le sue traversie. Dal tempo in cui argomentazioni euristiche potevano essere confuse con dimostrazione, come nel caso dell'ultimo Teorema di Fermat⁷, provato solo di recente da Wiles, a casi più complessi nei quali il concetto stesso di dimostrazione è messo fortemente in discussione. Il teorema delle 15.000 pagine classifica i gruppi finiti sporadici, che sono meno di 30. Questo lavoro cooperativo fatto negli anni da centinaia di matematici copre una mole cartacea di circa 15.000 pagine. Poiché nessuno al mondo è in grado di possederle tutte, nessuno possiede la prova di quella classificazione. Altro caso limite è il *teorema dei quattro colori*: è possibile colorare una carta geografica in modo che regioni confinanti abbiano colori diversi con quattro colori!

⁷ G. Giorello – C. Sinigaglia, *Fermat. I sogni di un magistrato all'origine della matematica moderna*, Grandi della scienza, suppl. Le Scienze n. 400, dicembre 2001.

La dimostrazione è stata ottenuta nel 1976 da Appel e Haken con l'ausilio di un computer⁸ che ha lavorato parecchi mesi in una prova decisamente ripetibile ma, all'incirca, nello stesso lasso di tempo. I matematici puri non accettano la prova, altri applicati ne sono ben lieti, altri ancora hanno coniato un nuovo termine: i *tecnoremi*! Analogamente la non esistenza dei piani finiti d'ordine 10 è stata provata con un tecnorema.⁹

In campo propriamente epistemologico, l'egemonia del paradigma meccanicistico fu messo in discussione dalla *naturphilosophie* di F.W.J. Schelling, in cui la Natura non è più un soggetto inerte nello spazio geometrico, bensì un organismo vivente ed animato i cui processi sono la manifestazione di un unico elemento originario, che riunisce dinamicamente in sé natura e spirito.



F.W.J. Schelling

Sulla base della spiegazione unitaria dell'universo si inserì il pensiero *positivista* della scienza che prendeva in considerazione lo sviluppo, l'allargamento e l'affermazione del metodo sperimentale ricercando una teoria generale ed ordinata del mondo, legata in maniera autorevole ed indissolubile all'idea di progresso cumulativo del sapere. In questo modello univoco trovano collocazione le singole scienze, ciascuna caratterizzata da uno sviluppo proprio e storicamente situato attraverso la *legge dei tre stadi* definita da A. Comte, consistente in una macchina concettuale capace di spiegare l'evoluzione del sapere scientifico (attraverso gli stadi del teologico, metafisico e positivo).

A cavallo dell'ultimo secolo le crisi che hanno riguardato le scienze matematiche e fisiche, che hanno portato ad una nuova rivoluzione scientifica, hanno condotto anche ad una nuova riflessione epistemologica. Nelle scienze matematiche la "crisi dei fondamenti" ha provocato una *rivoluzione assiomatica*, con la costruzione, ad esempio, di nuove geometrie (non euclidee, non

⁸ Si veda M.Cerasoli- F.Eugeni-M.Protasi, *Elementi di Matematica Discreta*, Zanichelli, Bologna. (cfr. cap.8 pg. 231).

⁹ Si veda M.Cerasoli- F.Eugeni-M.Protasi, *op.cit.* (Cap. 2, pg.35).

archimedee, non desarguesiane, finite ecc.). Giova segnalare che negli ultimi anni vi è stata una ripresa degli studi su queste tematiche, dalla costruzione di modelli discreti analoghi a quelli continui di Klein¹⁰ fino a ricerche per assiomatiche della retta euclidea reale, in maniera da completare l'incompiuta assiomatica¹¹ di Peano. La costruzione di questa assiomatica della retta euclidea reale ha permesso un'attenta analisi e rivisitazione della vecchia costruzione del continuo di Veronese, pervenendo al risultato¹² citato in appendice 1, presentato al Convegno dell'Unione Matematica Italiana ed ora in corso di pubblicazione. Questo risultato fornisce la classificazione completa di tutte le rette non-archimedee. Appare anche plausibile l'idea che, a meno della dimostrazione di due "piccole" congetture¹³, ciò conduca ad un modello di piano non archimedeeo.

Agli inizi del secolo la rivoluzione bourbakista¹⁴, dal nome di un matematico che non è mai esistito, conduce alla nascita della teoria degli insiemi e conseguentemente dell'algebra astratta, della matematica discreta¹⁵, della logica matematica e delle nuove logiche (non aristoteliche, non crisippiche, polivalenti, fuzzy, ecc.). Nel suo complesso la scienza matematica appare, così, come un insieme di sistemi ipotetico-deduttivi di natura formale, culminanti nella disavventura gödeliana. Ciò nonostante la rivoluzione nella Matematica non doveva ancora fermarsi, le rivoluzioni informatiche¹⁶

¹⁰ F.Eugeni–D.Tondini, *The Klein's discrete model: the case of odd order*, (dedicato al Prof. Albrecht Beutelspacher per il suo 50^{mo} compleanno), Journal of Inform. & Opt. Sciences,2001

¹¹ F.Eugeni-R.Mascella, *La retta euclidea a partire da una relazione d'ordine*,Periodico di matematica,n°2-3,2002....

¹² Le linee della dimostrazione sono reperibili in F.Eugeni (a cura di), *Critica dei fondamenti*, Edilgraphital, Teramo, 2002.

¹³ Cfr. F.Eugeni (a cura di), op.cit.

¹⁴ Maurice Mashaal, *Bourbaki - Una società segreta di matematici*, in: I grandi della scienza, suppl. *Le scienze* n. 32, Marzo 2003

¹⁵ F. Eugeni, *La matematica discreta attraverso i problemi*,in " Cento anni di matematica" atti del convegno " Mathesis centenario 1895-1995",1995

¹⁶ F. Eugeni, *Le due rivoluzioni del Secolo: da Bourbaki alla Matematica del Discreto* (dedicato al Prof. Carlo Eugeni per il suo 80^{mo} compleanno),

incalzavano ed iniziavano a susseguirsi a getto continuo negli anni '70, '80, '90 e 2000.¹⁷

Sull'altro versante la crisi della fisica classica, invece, determinata dalla creazione delle nuove teorie della relatività e dei quanti, ha sconfessato, in puro stile copernicano, l'assolutezza della visione meccanicista della Natura e l'assunzione delle scienze fisiche come conoscenze indubitabili della realtà. Questi limiti erano già stati evidenziati sul finire dell'Ottocento dall'*empiriocriticismo* di R. Avenarius e poi di E. Mach i quali criticavano l'esperienza pura come unico mezzo per trarre conclusioni sulle strutture ultime del reale, limitando così le pretese dell'epistemologia positivista.

Il mondo della Scienza è stato pervaso da grandi e piccole rivoluzioni che hanno condotto a capire meglio problemi grandi e piccoli. Questioni a prima vista secondarie hanno conquistato posizioni di primo piano. All'inizio del Medio-Evo non si riusciva a costruire la cupola della Cattedrale di Santa Sofia¹⁸, perchè si era persa la conoscenza della costruzione delle cupole. Per ben sette volte la cupola "ebbe a crollare" fino alla riconquista del sapere. Ancora l'evoluzione della Crittografia, con Leon Battista Alberti¹⁹, diviene adulta alle soglie del 1500, ma se ne diventa coscienti solo con l'avvento della Teoria di Shannon e ancora maggiormente nel 1978 quando Rivest, Shamir ed Adleman creano il codice RSA basato sulla funzione di Eulero e la decomposizione, impossibile in tempi accettabili, per prodotti di due numeri primi di circa cento cifre decimali!

¹⁷ F.Eugeni-R.Mascella, *Il ruolo culturale dell'Informatica nei Corsi di Laurea di tipo umanistico*, in: Atti del Congresso Nazionale della Mathesis "La Matematica fra tradizione e innovazione: un confronto Europeo, tenutosi a Bergamo nel 2003

¹⁸ F.Eugeni-D.Eugeni, *Matematica e Scienza applicata tra Oriente ed Occidente e i Prodromi della moderna teoria dell'Informazione*, conferenza tenuta al Convegno "Le Indie nell'immaginario: ricerca e riscoperta dell'Eden, ripubblicata in A.A.V.V. Le identità dei saperi, Edilgraphital, Teramo.

¹⁹ cfr. F.Eugeni-D.Eugeni, op.cit. e F.Eugeni-R.Mascella, *Leon Battista Albert, Crittografia e crittoanalisi*, Atti del Convegno Nazionale : " Contributi di Scienziati Mantovani allo sviluppo della Matematica e della fisica, Mantova 17-19 maggio 2001.

Gli stimoli provenienti dalle rivoluzioni scientifiche²⁰ conducono alla nascita di varie posizioni epistemologiche che limitano la portata conoscitiva della scienza in funzione del ruolo, più o meno grande, attribuito all'intervento della ragione. Vediamo alcune fra le correnti più significative.

La posizione *convenzionalista*, espressa fra gli altri da E Mach e H. Poincaré, rivaluta la funzione soggettiva nella costruzione del sapere scientifico: i risultati di un esperimento dipendono sia dai dati empirici che dalle categorie che lo scienziato ha creato per la sua descrizione. Leggi, ipotesi e teorie sono solo schemi pratici utilizzati dall'intelligenza per esigenze economico-descrittive, per conseguire cioè, con il minor sforzo possibile, la più semplice e coincisa conoscenza di dati fenomeni. La sistemazione teorica dei concetti scientifici è dunque relativa e provvisoria; la sua verità, ipotetica e correggibile, è stabilita dall'assenso della comunità scientifica. Accanto alla critica del metodo e della conoscenza scientifica, i cui concetti sono solo strumenti convenzionali di rappresentazione, si rifiuta ogni dualismo tra fisicità e psichicità, considerando le sensazioni tutte (non distinguibili) come uniche sorgenti di autentica conoscenza.

Significativa è la riflessione di G. Bachelard, per il quale la scienza non progredisce continuamente e linearmente, ma per mezzo di "rottture epistemologiche" che mettono in crisi il sapere scientifico, fatto di risultati conseguiti e metodi adottati. La scienza, proprio per tale mancanza di continuità, non può fondarsi solo sui dati empirici immediati, ma scaturisce da un'approssimazione



Ernst Mach



Henri Poincaré



Gaston Bachelard

²⁰ Questa problematica è stata recentemente riproposta durante il Congresso Nazionale della Mathesis "La Matematica fra tradizione e innovazione: un confronto Europeo, tenutosi a Bergamo nel 2003, nella Conferenza di Giulio Giorello.

operata dallo scienziato, che interviene col peso dei suoi istinti, delle sue emozioni e dei suoi pregiudizi, immettendo per questo dei fattori extra-scientifici nel processo di conoscenza.

L'idea del progressivo avvicinamento del sapere scientifico alla realtà è comunque molto presente, soprattutto negli scienziati, i quali, pur riconoscendo aspetti soggettivi e convenzionali nelle loro teorie, assegnano un carattere oggettivo alle entità indagate. E' illuminante, in tale prospettiva, la visione di A. Einstein: *“Senza la convinzione che con le nostre costruzioni teoriche è possibile raggiungere la realtà, non potrebbe esserci scienza”*.



Albert Einstein

Il dibattito epistemologico si accompagna a sviluppi nella filosofia della scienza, nella quale si delineano due tendenze: quella “intuizionista” di H. Weyl, per cui la matematica si fonda su intuizioni²¹ e non su un'esistenza specifica di oggetti e relazioni; quella “formalista” di D. Hilbert, per cui la matematica è un sistema assiomatico, fondato su concetti base, relazioni e successive proposizioni. La non-contraddittorietà del sistema hilbertiano è in seguito affrontata da K. Gödel, i cui risultati stabiliscono che l'assenza di contraddizioni in un sistema non può essere provata utilizzando le strutture interne del sistema ma solo per mezzo di un altro sistema. Seguendo un'affermazione di E. Carruccio²²:



David Hilbert

“...Il riconoscimento della non-contraddittorietà di una parte di questi sistemi, dai quali si potrebbe ricavare la non-contraddittorietà di altri, dovrebbe avvenire mediante un atto extra-logico, oserei dire un atto di fede.”

Nella fondazione e negli sviluppi della logica, ad opera di G. Frege e B. Russell, i concetti della matematica e delle scienze in generale hanno il carattere dell'oggettività, non sono dipendenti dal

²¹ Da questo punto di vista si consiglia il lettore di tenere in conto anche l'articolo di M. Barile: *Il matematico Edward Kasher, tra razionalità ed intuizione* in: Atti Congresso Nazionale Mathesis, Bergamo, 2002 (op.cit.).

²² Cfr. E. Carruccio, *op.cit.*

pensiero, seppure da questo sono scoperti. Ed un posto di primo piano occupa la logica come scienza delle proposizioni, le cui leggi sono verità oggettive, stabili e costituiscono il fondamento degli enunciati veri di tutte le scienze. Nella riflessione di L. Wittgenstein poi, troviamo una critica al linguaggio che, nella sua multivocità, può rappresentare solo la struttura logica e formale del mondo, ma non riprodurlo. Così la scienza non può raffigurare il reale ma solo offrire una teoria su di esso.



Bertrand Russell

Nella concezione *pragmatica* della scienza, avviata da C.S. Peirce e dominante nelle riflessioni di J. Dewey²³, l'osservazione è la fonte di ogni verità e la raccolta di dati empirici oltre a comporre un'immagine complessiva del mondo ha anche una funzione concreta di conoscenza proiettata verso il futuro, per formulare le proiezioni pratiche dell'uomo e le decisioni direttive della sua attività. Un'idea è valida se è verificabile nelle sue conseguenze, se gli effetti pratici che produce o può produrre conducono a qualche risultato tangibile.



John Dewey

La visione *operazionista* tende a limitare la nozione di un fenomeno agli aspetti determinabili mediante gli strumenti di osservazione e di misura; i concetti e le proprietà indagate sono pertanto la conseguenza dell'incontro tra realtà fisica ed operazioni effettuate con tali strumenti. Gli stessi concetti possono essere intesi come gruppi di operazioni, senza perciò considerare le componenti teoriche da cui scaturiscono.

Le concezioni epistemologiche del *neopositivismo*, coltivate dal Circolo di Vienna (cui parteciparono fra gli altri M. Schlitz, R. Carnap, O. Neurath, P. Frank, K. Popper, K. Gödel), accolgono molte delle tesi già enunciate. Si rifiuta la metafisica,



Rudolph Carnap

poiché le risposte non sono verificabili con l'esperienza, e si esalta la scienza come forma di conoscenza autentica. Questa caratterizza il mondo a partire dal dato dell'esperienza tradotto linguisticamente in "proposizione protocollare", ovvero descrivendo il contenuto di esperienza immediato e le relazioni fondamentali, e fornendo una costruzione logica le cui proposizioni sono non contraddittorie ed empiricamente verificabili (*principio di verificabilità*). I linguaggi dei saperi scientifici sono costruiti in base a regole sintattiche convenzionali, e devono essere, sulla scia dell'esattezza paradigmatica della matematica e della logica, formalmente corretti. Il nuovo metodo scientifico, dunque, può essere sinteticamente caratterizzato come l'analisi logica di proposizioni e concetti della scienza empirica; in questo contesto alla ragione si assegna un ruolo esclusivamente analitico, di scomposizione concettuale, in quanto non introduce nuova conoscenza: questa deriva, invece, interamente dall'esperienza.



Moritz Schlick

Il principio di verificabilità teorizzato da Schlick fu però messo in discussione da K. Popper, per il quale la scienza, nel tentativo di risolvere i problemi posti dalla ragione, è alla ricerca continua di congetture che poi sottopone al vaglio dell'esperienza, rifiutandole nel caso in cui le conseguenze logiche sono in contrasto con i fatti. E' questa la posizione *falsificazionista*, tesa, più che a stabilire la verità dei concetti scientifici, ad evidenziare la non scientificità delle affermazioni metafisiche per le quali non esiste alcuna situazione empirica in grado di contraddirle. Il requisito della falsificabilità empirica segna inoltre un confine di demarcazione tra ciò che può essere vero e ciò che non lo è, permettendo un'approssimazione della verità continua e sempre crescente: una teoria fondata su osservazioni rimane valida fin tanto che non è smentita anche da un solo caso contrario. La scienza, in definitiva, non è il mondo delle verità certe ed indimostrabili, ma quello delle



Karl Popper

ipotesi falsificabili. Per progredire nella conoscenza della verità Popper elaborò una teoria della misura per scegliere, tra due congetture rivali, quella più verosimile; le teorie scientifiche che ne conseguono hanno, così, gradi di verosimilitudine crescenti.

Negli sviluppi epistemologici degli ultimi decenni hanno assunto importanza i problemi legati alla dinamica delle teorie scientifiche, in luogo della loro struttura. T. Kuhn ha criticato il modello falsificazionista e discontinuo popperiano, poiché la scienza è un'alternanza fra momenti di continuità ad altri di discontinuità, nonché l'analisi logica delle teorie scientifiche perché questa non spiega i nessi tra le varie teorie che si succedono.



Thomas Kuhn

Nei periodi “normali” l’attività sperimentale si svolge all’interno dei paradigmi che la comunità scientifica riconosce e la tipica attività teorica consiste nel risolvere una serie di complessi rompicapo strumentali e concettuali; quando si presentano delle anomalie il paradigma entra in crisi e si prepara l’avvento di una nuova rivoluzione scientifica in cui, riorientando la prospettiva, cambia anche la visione del mondo. Non esiste, inoltre, un criterio razionale di scelta tra varie congetture, tale decisione può essere presa solo in funzione delle loro promesse future. La scienza, dunque, non progredisce verso la ricerca della verità, semmai è un progresso a partire dalla natura che non ha nessuno scopo. In questa dinamica si rivalutano molte dimensioni della scienza prima sottovalutate e si amplia l’orizzonte di ricerca anche a discipline non empiriche.

Questa consapevolezza del carattere storico della scienza si ritrova anche in P. Feyerabend per il quale la scienza è essenzialmente anarchica, costruita da pensatori che non si sono lasciati vincolare, o hanno involontariamente violato precise scelte metodologiche. Non si può stabilire un metodo scientifico vincolante che guida il processo di conoscenza scientifico, spesso sono le ipotesi in contraddizione a guidare verso scoperte rivoluzionarie. In questa



Paul Feyerabend

visione lo sviluppo scientifico è caratterizzato da un anarchismo epistemologico: una teoria diventa vincente attraverso un processo storico complesso, che non è racchiudibile in un modello razionale e include, a volte, anche violazioni degli stessi scienziati, propagande ed interferenze politiche. Le scienze, che nella loro produttività hanno comunque una specifica autonomia, sono costituite da una pluralità di elementi e la corretta epistemologia sta nel porre sotto questa luce il problema della razionalità scientifica.

Ci viene spontaneo segnalare alcuni spunti su ricerche minori da integrare ai fini del completamento di questo quadro generale. Certamente dovrebbe essere approfondito tutto il ruolo che la matematica dell'incerto ha avuto e continua ad avere in questi ampi contesti nonché valutare l'impronta lasciata da personaggi come Kolmogoroff e la definizione assiomatica della probabilità in contrapposizione a B. de Finetti e la nozione di probabilità soggettiva che sembra attanagliarsi sempre più al modo reale. Non vi è dubbio che de Finetti prediligia personalmente un atteggiamento intuizionista, probabilmente dovuto alla conoscenza del mondo economico-attuariale nel quale era immerso. Sembrano contrapporsi, in questa direzione, anche le teorie "fortemente formalizzate" proposte da G. C. Rota (Teoria della funzione di Möbius) ma tuttavia così concrete nelle applicazioni che ci riportano alla matematica discreta inaugurata da Eulero con il suo impossibile²⁴ *problema dei 36 ufficiali!*

Ancora tornando a muoverci dalla Matematica del Discreto alla Matematica dell'incerto ci sembra che un posto nell'universo epistemologico vada riservato all'intero ramo della matematica fuzzy! E' un terreno che può dare contributi, è un'illusione, è una speculazione, è vera questa presenza serrata – come afferma²⁵ B. Kosko - nelle discipline umanistiche e nell'ingegneria civile ed industriale? E' certamente una via da battere e da approfondire specie

²⁴ M.Cerasoli- F.Eugeni-M.Protasi, Elementi di Matematica Discreta, Zanichelli, Bologna. (cfr. Cap 2).

²⁵ Bart Kosko, *Il Fuzzy pensiero - Teoria ed applicazioni della Logica fuzzy*, Baldini & Castoldi, Milano, 1997.

nelle direzioni dell'epistemologia dell'Ingegneria e dell'Informatica divenute discipline di studio anche nella formazione degli insegnanti.

Un ultimo punto è l'approfondimento del concetto di *paradigma indiziario* nelle forme ripresentate²⁶ da C. Ginsburg ed U. Eco. La Teoria è interessante perché esplicita un paradigma comune a differenti discipline quali la patologia medica (disciplina madre), il riconoscimento nelle opere d'arte (Morelli e Peirce), la criminologia (a partire dalle ipotesi di Sir A. Conan-Doyle), la Storia in mancanza di sufficiente documentazione (Ginsburg). Prodromi di questa metodologia appaiono nello *Zadig* di Voltaire e nella favola di Serendip.

Il termine serendipità (dall'inglese *serendipity*, coniato da Sir Horace Walpole) indica l'attitudine a fare scoperte fortunate ed impreviste. Se agli eventi potessero attribuirsi il senso di permanenze ed emergenze, queste ultime indicherebbero uno stato di *serendipity*! Ancora sarebbe da indicare come *serendipity* lo scoprire qualcosa di inatteso e importante e che magari non ha nulla a che vedere né con quanto ci si proponeva di trovare né con i presupposti teorici sui quali ci si basava. Il nome Serendip (nome arabo del Ceylon) viene dalla antica fiaba persiana "I tre principi di Serendip", fiaba nella quale i tre principi protagonisti posseggono il dono di trovare cose di valore non cercate.



²⁶ C. Ginsburg, *Clues and Scientific Methods*, History workshop (1980), 5-36 (versione ridotta in Riv. Di *Storia contemporanea*, 7 (1978)). Cfr. l'ampia bibliografia dell'articolo di Ginsburg. Si veda pure V. Di Marcello- F. Eugeni, *op.cit.*

Carlo Ginsburg, *Spie. Radici di un paradigma indiziario*. In A.A.V.V. *Crisi della ragione. Nuovi modelli nel rapporto tra sapere ed attività umane.*, Einaudi Paperbacks 106, Torino, 1979

1.3 SETTORI FONDAMENTALI DELL'EPISTEMOLOGIA

L'aspetto evolutivo della scienza ha chiaramente determinato l'evoluzione della stessa epistemologia i cui problemi fondamentali possono essere articolati in cinque²⁷ classi :

- a) *Analisi logico-metodologica delle teorie*
- b) *Intento e portata conoscitiva delle scienze*
- c) *L'oggettività scientifica*
- d) *Scienza e verità*
- e) *Scienza e realtà cioè la portata ontologica della scienza*

L'epistemologia analitica²⁸ si occupa dell'analisi logico-metodologica delle teorie e più in generale è possibile assimilarla allo studio dei problemi, legati alla concezione delle teorie scientifiche, ma che intende analizzare dal punto di vista del linguaggio e della strutture dei sistemi di proposizioni, che costituiscono le premesse di quella teoria. In particolare l'epistemologia analitica si occupa delle questioni connesse con:

- *le analisi dei vari tipi di concetti*
- *la teoria logica delle grandezze,*
- *l'analisi delle strutture formali della spiegazione e della previsione,*
- *le condizioni logiche della definibilità e dell'assiomatizzabilità,*
- *la teoria della conferma induttiva,*
- *le relazioni logiche tra teorie diverse*

Come abbiamo visto, le due più rilevanti e influenti tradizioni teoriche dell'epistemologia del Novecento, cioè il neopositivismo e il

²⁷ E. Agazzi, *Enciclopedia delle scienze fisiche*, Istituto dell' Enciclopedia Italiana Treccani

²⁸ Per la comprensione dei concetti base dell'epistemologia analitica del dopoguerra si può consultare l'approfondita introduzione di G. Giorello al libro a *Critica e crescita della conoscenza* di Lakatos e Musgrave, edito da Feltrinelli 1979

razionalismo critico, hanno dissolto l'immagine tradizionale della scienza concepita come *episteme*, affermando l'idea della scienza come *doxa*, cioè la scienza considerata come il paradigma del sapere.

È stato cioè affermato il principio che la scienza empirica non è costituita da sistemi di proposizioni vere, indubitabili e definitive, l'*episteme* della Scienza Dimostrativa secondo Aristotile, ma da sistemi di ipotesi, congetture, proposizioni sempre rivedibili e sostituibili nell'indirizzo, come la *dosca*, voluto dai vari Carnap, Russel, Godel.

*«Il vecchio ideale scientifico dell' episteme - della conoscenza assolutamente certa, dimostrabile - si è rivelato un idolo. L'esigenza dell'oggettività scientifica rende ineluttabile che ogni asserzione della scienza rimanga necessariamente e per sempre allo stato di tentativo. [...] Possiamo essere "assolutamente certi" solo nelle nostre esperienze soggettive di convinzione, nella nostra fede soggettiva»*²⁹

Anche se è prevalso questo concetto che nega l'equivalenza fra teoria scientifica e linguaggio in molti problemi che interessano i rapporti fra osservazioni ed ipotesi, ovvero il passaggio fra una teoria e l'altra, diventa di fondamentale importanza lo studio logico formale di tutte le proposizioni di una teoria che interpreta globalmente un fenomeno.³⁰

Giova spesso ricordare che, come è facile esemplificare dalle strutture astratte della Matematica, quando tra due diversi modelli si riescono ad osservare fenomeni di isomorfismo o anche d'immersioni anche parziali di una struttura nell'altra, si riescono a creare insperate sinergie in quanto un concetto tipico di una forma e non tipico nell'altra può gettare luce sulla seconda struttura cercando quasi una sorta di *sviluppo costruttivo per analogia*

Un secondo campo di azione dell'epistemologia è quello legato all'individuazione di quale sia l'intento della scienza e soprattutto quale sia il suo livello di conoscenza e la sua portata.

²⁹ K. Popper, *Logica della scoperta scientifica*, Einaudi, Torino 1970

³⁰ E. Agazzi, *Enciclopedia delle scienze fisiche*, Istituto dell' Enciclopedia Italiana Treccani

È ragionevole pensare come la scienza abbia, da sempre, indirizzato il suo intento conoscitivo verso la realtà, attraversando nel tempo varie concezioni della conoscenza. La concezione della conoscenza scientifica degli antichi poggiava sulla Natura in sé; quella del pensiero rinascimentale, in particolare di Galileo, Cartesio e Newton, era fondata sulle leggi nascoste dal velo dell'apparenza sensibile. Il grande Kant ha successivamente immaginato che il mondo fenomenologico fosse fondato sulle determinazioni dell'intelletto. Attraverso questi percorsi o "cammini quasi iniziatici" la conoscenza scientifica è arrivata ai nostri tempi ed ha assunto una connotazione concettuale dinamica: la conoscenza della Natura, che ha individuato nuove necessità e nuovi orizzonti connessi anche con il sociale, è continuamente mediata dalla conoscenza scientifica con continue riproposte di definizione e allargamenti dell'una e dell'altra e quindi del sistema in esame!

La modernità quindi concepisce la conoscenza scientifica come la mediatrice della scienza della Natura che si manifesta come revisione continua della prima. Appare evidente il significato intrinseco della locuzione "ricerca" scientifica come espressione dell'evoluzione e della continuità della conoscenza scientifica. Per esprimere ed ampliare questa concezione non possiamo non condividere quanto asserisce Hofstadter:

"...la mia sensazione è che il processo mediante il quale decidiamo che cosa è valido o che cosa è vero sia un'arte; e che si basi altrettanto profondamente sul senso di bellezza e di semplicità quanto sui principi saldi come roccia della logica o del ragionamento o di qualunque altra cosa che possa essere formalizzata in modo oggettivo. Non sto dicendo né che la verità è una chimera né che l'intelligenza umana è in linea di principio non programmabile. Sto dicendo che la verità è talmente inafferrabile che non potrà mai essere raggiunta pienamente da un qualsiasi essere umano o insieme di esseri umani; e che l'Intelligenza Artificiale, quando raggiungerà il livello dell'Intelligenza umana, o se addirittura dovesse superarlo, sarà ancora afflitta dai problemi dell'arte, della bellezza e della

*semplicità e si imbatte continuamente in queste cose nella sua ricerca della conoscenza e della comprensione.*³¹

È evidente che un impianto conoscitivo come quello appena descritto non può ammettere, senza cadere in un'eccessiva semplificazione, il concetto di oggettività scientifica che intende questa come un riferimento diretto alle cose in sé e nemmeno come un'universalità supportata e garantita dalle strutture a priori della ragione.

L'oggettività scientifica dovrebbe poggiare sul principio che la scienza si individuerebbe sempre come scienza di qualcosa presentandosi come luogo di incontro e accordo dei pareri intersoggettivi dei vari cultori della materia. L'intento conoscitivo di una scienza, rivolta anche alla realtà, si dovrebbe concretizzare o formalizzare in concetti specifici o primitivi, espressi da assiomatiche propositive e collegati ad operazioni standardizzate capaci di verificare, con protocolli logici predefiniti, o smentire la validità delle proposizioni riferite a tali concetti.

Di grande rilevanza assume l'aspetto del rapporto della scienza con la verità. Potremmo molto disquisire sull'idea di verità. Nel nostro gruppo di ricerca la nozione usuale di "verità" è stata spesso oggetto di discussione e se si vuole di contestazione. Spesso ci riferiamo a questo concetto con l'atteggiamento proposto da F.Eugeni, molto relativistico, consistente nell'identificare l'idea di verità con l'osservazione di un evento e con essa la contemporanea osservazione di un insieme di sfaccettature dell'evento stesso. Tali sfaccettature allora che siano in grande quantità ne caratterizzano una natura osservativa piuttosto soggettiva ed anche sostanzialmente di natura incerta, ma governabile da pareri quantificabili, una natura quindi essenzialmente fuzzy!

E' evidente quindi che il concetto di incertezza oggi è molto interessante, sia nel campo della logica che della matematica sia in

³¹ D.R.Hofstadter, Godel, Escher, Bach: *un'Eterna Ghirlanda Brillante*, cit. in *La scienza come problema*, pag.16

quello della fisica che della letteratura. Infatti sono soprattutto le indagini estetiche che come tali sembrano aver avuto bisogno del "pensiero incerto". Questa nuova impostazione, quindi non interessa solo in campi della tecnologia e della matematica pura, ma interviene anche in estetica, perché è una caratteristica dell'estetica, delle situazioni poetiche, delle situazioni artistiche in generale, la presenza di situazioni semantiche di . L'ambiguità è un concetto che non appartiene completamente alla logica e alla matematica classica, perché la logica e la matematica classica vogliono sempre situazioni precise, non ambigue, e riengono che l'ambiguità una sorta di peccato della ragione.

Ormai possiamo dire che anche gli scienziati hanno realizzato che le teorie scientifiche non sono necessariamente teorie certe, mentre è risultato molto interessante studiare con metodi certi e rigorosi il concetto di incertezza che dal punto di vista logico e matematico, è stato svolto soprattutto nell'ambito delle cosiddette logiche fuzzy (fuzzy logics), logiche sfumate.

Logiche sfumate sono di logiche che hanno abbandonato un principio classico, aristotelico della logica, secondo cui i valori di verità, il vero e il falso, sono due e soltanto due, non considerando assolutamente situazioni semantiche di indeterminatezza, di ambiguità.

Negli anni Venti, invece, è cominciato un importante studio intorno alle logiche polivalenti, cioè quelle logiche secondo cui i valori di verità possono essere più di due, e più in generale tanti quanti i numeri reali che stanno nell'intervallo che va da zero a uno.

Anche se queste logiche fuzzy, inizialmente erano state create soprattutto per scopi filosofici perché in quegli anni era necessario salvare il libero arbitrio dal determinismo della logica, della matematica, della fisica, successivamente, negli anni '60-'70, hanno avuto delle interessanti applicazioni tecnologiche (video-camere, lavatrici ...) in particolare in Giappone.

La definizione di insieme fuzzy appare per la prima volta in Zadeh (1965):

"Un insieme fuzzy è una classe di oggetti con un continuum di gradi di appartenenza. Tale insieme è caratterizzato da una funzione di appartenenza (caratteristica) che assegna ad ogni oggetto un grado di appartenenza compreso tra zero e uno. Le nozioni di inclusione, unione, intersezione, complemento, relazione, convessità, ecc. sono estese a tali insiemi, e diverse proprietà di queste nozioni sono stabilite nel contesto degli insiemi fuzzy".³²

Un insieme fuzzy è un insieme di oggetti nel quale non c'è un confine ben preciso (definito) tra gli oggetti che vi appartengono e quelli che non vi appartengono.

Quindi se indichiamo $X = \{x\}$ un insieme di elementi denotati genericamente da x . Un insieme fuzzy è allora un insieme di coppie ordinate: $A = \{(x, \mu_A(x))\}$, dove $\mu_A(x)$ è la funzione che caratterizza l'insieme fuzzy, cioè la funzione di appartenenza che associa ad ogni punto di X un numero reale nell'intervallo $[0, 1]$, e dove il valore di $\mu_A(x)$ rappresenta il grado di appartenenza di x in A .

Se A è un insieme ordinario, la sua funzione di appartenenza può avere solo due valori: $\mu_A(x)$ è uguale ad 1 quando x appartiene ad A e $\mu_A(x)$ è nullo se invece x non appartiene ad A . Quindi la sua funzione di appartenenza diventa identica alla sua funzione caratteristica. In definitiva l'assunzione di base è che un insieme fuzzy malgrado la vaghezza dei suoi confini può essere definito precisamente associando ad ogni elemento x di A un numero compreso tra 0 e 1.

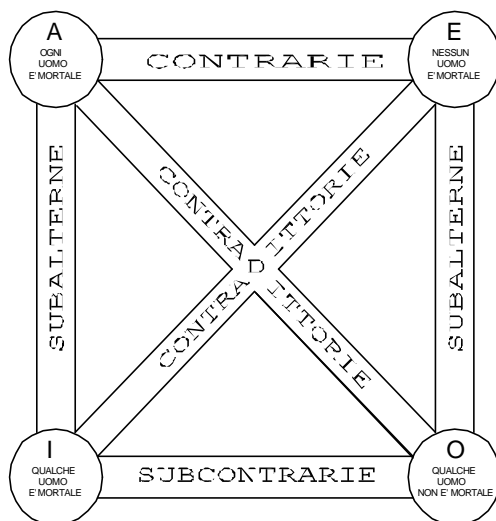
Come nella teoria classica degli insiemi, anche nella teoria fuzzy, le operazioni di unione ed intersezione sono quelle maggiormente utilizzate. Il primo ad estendere queste operazioni agli insiemi fuzzy è stato Zadeh (1965) attraverso gli operatori di minimo e massimo (rispettivamente per l'intersezione e l'unione), che dal punto di vista linguistico vengono interpretate secondo l'espressione logica "and" ed "or".

Le logiche fuzzy, inoltre, poiché riescono a studiare dal punto di vista matematico queste situazioni semantiche di ambiguità, hanno fatto riemergere possibilità di interazioni interdisciplinari fra

³² Zadeh, 1965, p.338

scienziati e umanisti, facendo finire così quella divisione rigida fra mondi culturali diversi che è stata una caratteristica della nostra cultura per tanto tempo.

La logica aristotelica, che vogliamo brevemente riassumere, è abbastanza complessa e se si vuole moderna. La sistemazione data alla Logica da Aristotile ha chiara ispirazione alle idee matematiche. Essa si basa sui tre principi di *identità*, *non contraddizione* e *terzo escluso*. I *concetti* e le *idee universali* vengono astratte dalla mente a partire dai dati empirici. I concetti non sono di per sé veri o falsi, attributo questo che Aristotile riserva ai giudizi. Questi vengono classificati in affermativi e negativi oppure in universali o particolari. Nascono in tal modo i giudizi affermativi universali (A) e i giudizi affermativi particolari (I) dalla prima e seconda vocale di AFFIRMO. Analogamente nascono i giudizi negativi universali (E) e i giudizi negativi particolari (O) dalla prima e seconda vocale di NEGO. Le relazioni tra i quattro tipi di giudizi sopra indicati soi possono sintetizzare nel classico “quadrato logico”, posteriore ad Aristotile, che ben riassume i legami tra i vari tipi di giudizi.



Da notare che: le contrarie non possono essere entrambe vere, ma possono essere entrambe false. Le contraddittorie non possono entrambe vere ma nemmeno entrambe false, quindi se una di esse è vera l'altra è falsa. Se un giudizio universale A oppure E è vero allora è vero anche la rispettiva subalterna. Infine le subcontrarie I, O possono essere entrambi vere ma non entrambe false. Infatti per questa ultima affermazione si supponga ad esempio falsa I, allora sarebbe vera la sua contraddittoria E e quindi sarebbe vera la relativa subalterna O! Da queste idee al sillogismo il passo è veramente breve (cfr. E Carruccio, *Matematica e Logica nella storia e nel pensiero contemporaneo*, Gheroni Torino, 1958, pg. 58) specie nella forma rivisitata con le successive osservazioni di Galeno (131-200 d.C.) e l'uso, come dice Carruccio,

“dei cosiddetti cerchi di Eulero, che rappresentò in questo modo la subordinazione dei concetti nelle Lettres à une Princesse D’Alemagne. Ma detta rappresentazione era stata già usata da Johachim Jungius, maestro di Leibnitz e ancora prima di lui da Lodovico Vivès (1555).”

Riportiamo integralmente un lungo passo ripreso in forma integrale dal Carruccio, che ci sembra estremamente interessante per chi voglia comprendere i punti focali del sillogismo.

Digressione sul sillogismi in Aristotile.

“Ogni conoscenza secondo Aristotele, deriva dal sillogismo o dall'induzione. Nelle dimostrazioni (che sono appunto costituite da sillogismi) si procede da una conoscenza più generale verso una più particolare; inversamente accade per l'induzione mediante la quale dalla conoscenza di più casi particolari si risale alla legge generale.

IL SILLOGISMO VIENE DEFINITO DA ARISTOTELE NEL MODO SEGUENTE: « IL SILLOGISMO È UN DISCORSO IN CUI, POSTE ALCUNE PREMESSE, PER IL FATTO CHE QUESTE SONO STATE POSTE, NE DERIVA NECESSARIAMENTE UNA CONSEQUENZA » DIVERSA DALLE PREMESSE, SENZA L'INTERVENTO DI ALTRE NOZIONI ESTRANEE.

Aristotele chiama termini quei concetti che intervengono nella proposizione: soggetto e predicato.

Principio fondamentale del sillogismo è il seguente: « Ciò che si dice del predicato si dice anche del soggetto ». Questo principio è stato preso da logici posteriori ad Aristotele come fondamento del sillogismo, espresso sotto forma « nota notae est etiam nota rei » od anche sotto la forma che vien detta « dictum de omni et de nullo »: « Quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et singulis, quidquid, de nullo valet, nec de quibusdam et singulis valet ». Aristotele osserva che i due principi si equivalgono: il primo si riferisce alla comprensione, il secondo all'estensione.

Nel sillogismo compaiono tre termini in tre proposizioni, delle quali le prime due sono le premesse e la terza è la conclusione. Il termine medio, chiave di volta del sillogismo, deve comparire in entrambe le premesse.

LOGICI POSTERIORI HANNO FORMULATO IN VERSI LATINI 8 REGOLE DA APPLICARE NEL SILLOGISMO; LE PIÙ IMPORTANTI DI QUESTE, DA CUI SI RICAVANO LE RIMANENTI SONO LE TRE SEGUENTI:

« *Terminus esto triplex: maior mediusque minorque*

utraque si praemissa neget, nihil inde sequetur

nil sequitur geminis ex particularibus unquam ».

Le diverse posizioni che possono essere occupate dal medio nelle premesse danno luogo alle figure del sillogismo che rappresenteremo mediante uno schema nel quale M è il termine medio che compare in entrambe le premesse, T è il termine che compare solo nella prima premessa, t è il termine che compare soltanto nella seconda premessa. La premessa in cui compare T si dice maggiore, la premessa in cui compare t si dice minore. *Sub* e *prae* indicano rispettivamente se il medio funge da soggetto o da predicato.

	I ^a figura sub-prae	II ^a figura prae-prae	III ^a figura sub-sub	IV ^a figura o I ^a indiretta prae-sub
maggiore	M T	T M	M T	T M
minore	t M	T M	M t	M t
Conclusioni	t T	t T	t T	t T

La IV figura del sillogismo, anche detta I indiretta non dovuta ad Aristotele ma al medico Galeno (131-200 d. C.).

Se per ogni proposizione delle premesse delle quattro figure si sostituiscono proposizioni del tipo A E I O, si ottengono in tutto 64 tipi di sillogismo, (anzi facendo variare anche il tipo della conclusione se ne ottengono 256); ma di questi, tenuto conto delle regole ricordate, soltanto 19 danno luogo a casi possibili in cui è lecito concludere.

I 19 MODI DEL SILLOGISMO SI POSSONO RICORDARE MEDIANTE LA SEGUENTE FORMULA MNEMONICA IDEATA DA LOGICI MEDIOEVALI (31 DOVE LE VOCALI AEIO DELLE PRIME TRE SILLABE INDICANO RISPETTIVAMENTE IL TIPO DELLE PREMESSE E DELLA CONCLUSIONE DI CIASCUN MODO:

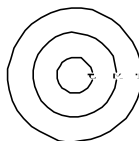
Barbara, celarent, darii, ferion, baralipton
Celantes, dabitiss, fapesmo, frisesomorum.
Cesare, camestres, festino, baroco, darapti.
Felapton, disamis, datissi, bocardo, ferison.

Ivi i primi 4 modi appartengono alla 1° figura diretta, i 5 successivi alla 1° indiretta, i 4 successivi alla 2°, i 6 ultimi alla 3°. Per i modi della 4° figura si adoperano anche le formule mnemoniche Bamalip, Calemes, Dimatis, Fesapo, Fresison.

Alla 1° figura diretta si applicano direttamente i principi « nota notae » o « dictum de omni et de nullo ». La validità delle conclusioni per le altre figure si dimostra riconducendo il modo di queste alla 1° applicando le regole della conversione. Per motivi di brevità sorvoliamo su queste dimostrazioni e diamo invece un esempio di schema di sillogismo per ognuna delle 4 figure.

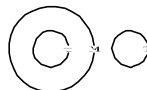
I figura: sillogismo in *barbara*.

Ogni **M** è **T**
 Ogni **t** è **M**
 Ogni **t** è **T**



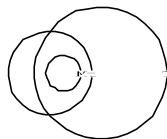
II figura: sillogismo in *Cesare*

Nessun **T** è **M**
 ogni **t** è **M**
 nessun **t** è **T**



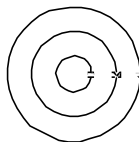
III figura: sillogismo in *darapti*

Ogni **M** è **T**
ogni **M** è **t**
qualche **t** è **T**



IV figura: sillogismo in *bamalip*

Ogni **T** è **M**
ogni **M** è **t**
qualche **t** è **T**



Per ognuno di tali schemi diamo, anche la relativa rappresentazione simbolica delle estensioni dei termini mediante i cosiddetti cerchi di Eulero, che rappresentò in questo modo la subordinazione dei concetti nelle *Lettres à une Princesse d'Alemagne*. Ma detta rappresentazione era stata già usata da Johachim Jungius maestro di Leibniz e ancora prima da Lodovicc Vivès, (1555).

E' stato osservato dai logici moderni che delle 19 forme di sillogismo della logica classica, quattro richiedono per la loro validità un'ipotesi esistenziale supplementare. Queste forme sono quelle in *darapti, bamalip, felapton, fesapo*.

Per chiarire la questione prendiamo due esempi di sillogismo in *darapti*, nel primo dei quali è soddisfatta l'ipotesi esistenziale mentre nella seconda non lo è:

ogni pipistrello è un volatile
ogni pipistrello è un mammifero
dunque qualche mammifero è un volatile.

La conclusione è valida in quanto esistono pipistrelli.

ogni sirena è fornita di coda di pesce
ogni sirena è una valente cantante

DUNQUE QUALCHE VALENTE CANTANTE È FORNITA DI CODA DI PESCE.

La conclusione questa volta non è valida se non esistono sirene.

(La digressione è tratta da E. Carruccio, Matematica e Logica nella storia e nel pensiero contemporaneo, Gheroni Torino, 1958).

E' importante, in questo contesto ricordare che, nella sua evoluzione la Scienza dimostrativa secondo Aristotile, si trasforma nei sistemi ipotetico-deduttivi nei quali si abbandona la validità a priori delle premesse e quindi nei Sistemi Razionali nei quali anche la Logica per dedurre è una scelta e non una verità a priori di un "ipse dixit". Il vero per Beltrand Russel diviene il deducibile dalle premesse con quelle regole logiche e permane un incerto sia nella natura stessa degli oggetti primitivi che nella coerenza del sistema. A parte la prova di Godel che chiarisce la frase precedente l'idea di verità in una scienza esatta si sintetizza mirabilmente nella frase asserente che " *la matematica è quella disciplina nella quale non si sa di cosa si parla e nella quale quello che si dice non si sa se sia vero o falso!*"

La crisi della matematica, e con essa quella delle Scienze esatte, ha origine dalla scoperta delle geometrie non euclidee. La crisi della fisica teorica si ebbe non solo attraverso l'avvento della meccanica quantistica ma anche da altre profonde crisi a cominciare da quella della relatività. L'idea di scienza come conoscenza vera per eccellenza, venne accantonata ! Va precisato comunque che anche se la fallibilità e la perpetua revisione della scienza costituiscono le sue peculiarità, la veridicità di una o più proposizioni, ovvero di una teoria, è strettamente connessa con l'oggetto di analisi. Vengono cioè introdotti nuovi elementi di caratterizzazione del sapere scientifico.

È evidente, quindi, che parlare di *verità scientifica*, intesa così come la si intende nella comune accezione del termine, resta pur sempre corretto, anche se è necessario introdurre parallelamente la possibilità di rivisitazione di tutto il cumulo del sapere stesso.

Di rilevante importanza è la portata ontologica della scienza, cioè la capacità e la possibilità di stabilire se gli oggetti e le loro proprietà esistono realmente. Il problema è stato visto in modo pressochè identico dall'antichità fino al secolo XIX, infatti in proposito si pensava che "la scienza ci offrì una conoscenza della *realtà più perfetta* che non quella di senso comune."³³

³³ E. Agazzi- *Enciclopedia delle scienze fisiche*, Istituto dell' Enciclopedia Italiana Treccani

Con il '900 si afferma il fenomenismo, che assegna alla scienza la capacità di offrire solo la conoscenza dei fenomeni, ossia delle caratteristiche che appaiono, ma che potrebbero non corrispondere a quelle della realtà in sé. Il superamento di questa barriera avviene attraverso il *realismo* che vede gli oggetti della scienza, non pure costruzioni intellettuali, ma elementi reali, in quanto conosciuti e per quel tanto che sono conosciuti, pur non esaurendo la realtà nella totalità.



1.4. I FONDAMENTI DELL'EPISTEMOLOGIA.

Comunemente la scienza viene intesa come l'analisi dei fatti, ma purtroppo secondo alcuni, per fortuna secondo altri, fra gli studiosi non vi è un sufficiente accordo sull'interpretazione di questi "fatti". L'esame di una struttura costituita da un evento e un "numero soggettivo" di "sfaccettature" associate costituisce un plausibile protocollo d'indagine e atteggiamento che, relativizzando l'esame, si preoccupa di ricercare la sinergia dei pareri e di produrre una sintesi nella quale si tende ad accettare la complessità dell'evento in esame.

Non è un caso che nella prospettiva epistemologica si sta inserendo la "*teoria della complessità*" per svolgere un ruolo cruciale nella storia e nella evoluzione del pensiero contemporaneo. In essa è possibile intravedere delle novità epistemologiche rilevanti, come ad esempio una nuova ed auspicabile alleanza tra filosofia e scienza, un nuovo modo di fare scienza, una nuova concezione dell'evoluzione naturale. E' parere degli scriventi che una teoria epistemologica dell'Informatica è ancora tutta da inventare. E' probabile che con l'Informatica il vecchio modello di teoria e paradigma, conseguente di quella teoria, potrebbe essere del tutto inefficiente alla valutazione di questa "nuova Scienza". Forse, almeno siamo portati a pensarlo, l'Informatica e con essa le discipline più intimamente con essa connesse, devono essere valutate mediante un pacchetto di

paradigma magari a volte anche di tipo sfumato. L'Informatica forse va vissuta come un'Hydra dalle molteplici teste e tutte le volte che un moderno Ercole ne taglia una, da questa una ne rinascono molte, spesso con una potenza ed un potere di gran lunga superiore alle teste originarie.

Basti pensare che solo all'elaborazione della teoria della complessità stanno contribuendo, in egual misura e lavorando "gomito a gomito" neurobiologi e filosofi, filosofi della mente e informatici, epistemologi e chimici. La difficoltà crescente di dialogo fra gli studiosi è stata tra le cause principali della crisi nella scienza; appare evidente che l'obiettivo principale è quindi, quello di trovare e poi utilizzare un linguaggio comune ed interdisciplinare. L'epistemologia non ha ancora risolto il problema, ma gli epistemologi hanno stabilito ed accettato che per postulare un "fatto" bisogna postulare un "linguaggio" con cui quel "fatto" possa essere enunciato.

In particolare l'impostazione conoscitiva, che da sempre ha influenzato i procedimenti scientifici, è basata su alcuni principi: *il principio d' induzione* ed *il principio di deduzione*. Il procedimento conoscitivo per mezzo del quale si risale ad affermazioni generali, partendo da osservazioni di casi particolari, è chiamato *principio di induzione*. L'induzione, utilizzata dalla scienza come regola metodologica è imperfetta data l'impossibilità di pervenire solo attraverso l'accumulo di casi particolari alla formulazione di leggi o teorie.

Per gli induttivisti, quindi, il progresso scientifico è un cumulo continuo di fatti e osservazioni che permettono il passaggio da asserzioni particolari ad asserzioni generali. Al contrario il procedimento per cui, partendo da una verità generale si ricava una verità particolare che si presuppone insita nel generale è chiamata *deduzione*. La deduzione è quindi l'inverso dell'induzione. Col metodo della deduzione, dopo aver strutturato un'ipotesi generale o legge, si passa all'applicazione di questa a fenomeni successivi.

Tipico esempio di applicazione del principio di deduzione è quello formulato da Aristotele: "tutti gli uomini sono mortali

(asserzione generale-(A)), Socrate è un uomo, Socrate è mortale (asserzione particolare -(I))”. In questo caso è evidente come il principio di deduzione presuppone il passaggio dall’asserzione generale alla asserzione particolare *che ne è la subalterna del “quadrato logico”*.

In campo culturale, i primi anni del Novecento segnarono la crisi delle certezze con l’introduzione del concetto di probabilismo nella scienza. In altre parole crollarono due dogmi consistenti nella riducibilità di tutti i fenomeni naturali alle leggi della meccanica, e la credenza secondo cui la scienza avrebbe rivelato la verità sull’universo. Anche i linguaggi con cui era descritto l’Universo acquistarono una valenza probabilistica.

Emerse e si affermò l’idea che le leggi scientifiche non sono il riflesso della realtà oggettiva, ma hanno unicamente un carattere convenzionale, quindi è sempre possibile costruirsi un proprio sistema logico purché ne vengano preliminarmente spiegati il linguaggio e i postulati utilizzati.

La ricerca scientifica modificò, quindi, la sua direzione. L’obiettivo di ogni indagine non era più quello di ridurre e separare le parti bensì quello di analizzare l’oggetto di studio come l’insieme dei suoi elementi di correlazione. Si acquisì la consapevolezza di quanto fosse insufficiente la concezione del meccanicismo quale modello universale, si ebbe la frammentazione della scienza in discipline specialistiche isolate e si indirizzò lo studio epistemologico, iniziando ad esaminare gli aspetti che avevano proprietà generali comuni ed interagenti.

Gli studiosi dei Sistemi Biologici e delle Scienze Comportamentali ritenevano che il loro oggetto di studio non poteva essere effettuato unicamente attraverso l’approccio Meccanicista, ma necessitavano dei concetti di *fine* o scopo, visti con grande timore, per la loro vicinanza ad un aristotelismo pre-scientifico. Il contrasto si accentuò con la contraddizione fra la degradazione ossia la dissipazione, postulata dal secondo principio della termodinamica, e l’evoluzione biologica di Darwin.

Nacque così il conflitto tra Meccanicismo e Vitalismo risolto in parte dall'epistemologia che introdusse da un lato la necessaria differenziazione fra *Natura Animata* e *Inanimata*, e dall'altro, superò l'approccio Meccanicista con la *Scienza dei Sistemi Aperti*. In questo modo gli eventi che non potevano essere spiegati razionalmente potevano essere compresi se studiati nelle loro proprietà generali.

Mentre con il secondo principio della termodinamica la tendenza generale degli eventi è verso il massimo disordine e il livellamento delle differenze, nella realtà del mondo biologico l'evoluzione è in progressiva tendenza verso un'organizzazione sempre più complessa e le strutture raggiungono stati superiori di organizzazione.

Anche se alla fine degli anni Quaranta, studiosi di cibernetica quali Wiener, Weaver, Ashby, von Foerster e di teoria dell'informazione come von Neumann, Shannon, Marcus, Simon furono i primi ad occuparsi di complessità ovvero a iniziarono a trattare "*il pensiero della complessità*", solo nel 1978 fu pubblicato un articolo su *Scientific American*, in cui veniva riportata per la prima volta ed in forma esplicita, la locuzione «*teoria della complessità*».

In generale si può definire la teoria della complessità come lo studio interdisciplinare dei sistemi complessi autorganizzanti e dei relativi fenomeni che da essi emergenti, senza però confondere la complessità con una delle proprietà oggettive e intrinseche dei sistemi complessi. Infatti, sia secondo Le Moigne che per von Foerster e Varela la complessità di un sistema, è una proprietà della rappresentazione scientifica disponibile del sistema, e del modo come un osservatore ha concepito e costruito il modello stesso.

Si abbandona in questo modo l'oggettivismo della scienza classica, cioè la concezione dell'essere come insieme di oggetti manipolabili e misurabili che soggiacciono al dominio teoretico e pratico del soggetto umano, per assumere un punto di vista relazionale e dialogico, anche relativistico, nei confronti di quanto osservato.

Da questo nuovo punto di vista, la locuzione «sistema complesso» sta semplicemente ad indicare un «*sistema il cui modello*

attualmente disponibile, costruito dall'osservatore del sistema, è complesso». La complessità, quindi, acquista spesso una valenza storica, nel senso che i modelli appaiono non solo funzioni del tempo in cui sono stati concepiti ma anche funzione della cultura e delle conoscenze di quel tempo, così che non deve meravigliarci se ciò che oggi è rappresentato come complesso può non esserlo magari domani, o viceversa, un modello semplice ma non esaustivo può cambiare la sua natura e divenire complesso in una differente visione di un periodo culturale differente.

La Teoria dei Sistemi, e magari delle Organizzazioni, si applica anche a discipline dove questi rapporti sono più sfumati, anzi, si compenetrano tra loro, creando delle sinergie insospettate tra settori apparentemente molto lontani.

Così la sociologia, la pedagogia, la psicologia, tanto per citare alcune discipline con interessi comuni, lavorano e agiscono utilizzando in forma più o meno consapevole la Teoria dei Sistemi³⁴.

Il problema più importante è quello di trovare concetti, linguaggi e sistemi di riferimento che confluiscono in una ricerca scientifica caratterizzata da una nuova visione. Tale visione potrebbe essere di tipo organicista, in tutte quelle situazioni non spiegabili dall'analisi meccanicista, con causalità lineare.

L'analisi epistemologica in definitiva ha l'obiettivo di tracciare i confini della ragione per impedirne un suo uso distorto così come insegnava Kant³⁵: *“fare il piano di un edificio con i materiali che ci sono dati e che sia, insieme, proporzionato ai nostri bisogni”*.

Mai una frase, a nostro avviso si adatta maggiormente al caso che abbiamo in esame, quello dell'Informatica.

Quale è il linguaggio generale per la sua descrizione globale delle innumerevoli sfaccettature?

Quali i materiali che ci sono dati per costruire l'intero edificio?

³⁴ E. Cortellini, F. Eugeni, Teoria dei sistemi, in *Critica dei fondamenti*, Università di Teramo Casa Ed. Edigrafital, Teramo 2002

³⁵ S. Tagliagambe, *Ala ricerca di confini*, Iter, anno II, nr. 5, Treccani, 1999.

Quali e quanti sono i paradigmi agenti anche in modo tra loro slegato o incoerente tra le varie componenti, non sempre della medesima natura, non con il medesimo linguaggio, non sempre aventi i medesimi obiettivi.

Rispondere anche parzialmente a queste problematiche è per noi fornire un approccio a quanto vorremmo chiamare una storia ragionata ed una epistemologia dell'Informatica.

1.5 BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

- [1]. V. M. Abrusci, *Logica matematica*, LATERZA, BARI, 1992
- [2]. D. Antiseri, *Teoria unificata del metodo*, TORINO, UTET, 2001
- [3]. Aristotele, *Organon*, EINAUDI, TORINO 1955
- [4]. R. Carnap, *La costruzione logica del mondo*, FABBRI, MILANO 1966
- [5]. R. Carnap, *Sintassi logica del linguaggio*, SILVA, MILANO 1961
- [6]. E. Carruccio, *Matematica e Logica nella storia e nel pensiero contemporaneo*, Gheroni Torino, 1958.
- [7]. F. Cassano, *Sapere di confine. La frontiera come luogo epistemologicamente più alto*, PLURIVERSO, 1997
- [8]. E. Cortellini, *Metodi matematici per l'analisi di sicurezza nei cantieri di ingegneria civile in "Le Identità ed I Saperi"*, coll. di Logica e Matematica tra Presente e Futuro, EDIGRAFITAL ED., TERAMO, 1999.
- [9]. M. L. Dalla Chiara, *La logica quantistica*, LATERZA, 1999
- [10]. M. L. Dalla Chiara, *Introduzione alla filosofia della scienza*, LATERZA 1997
- [11]. M. L. Dalla Chiara, *La filosofia della matematica*, LATERZA, BARI, 1967
- [12]. Euclide, *Gli Elementi*, UTET, TORINO 1970
- [13]. F. Eugeni, V. Di Marcello, *L'Evolutione del pensiero logico: le teorie assiomatiche e la complessità del mondo attuale in alcuni aspetti della comunicazione*, in "Le Identità ed I Saperi", coll. di Logica e Matematica tra Presente e Futuro, EDIGRAFITAL ED., TERAMO, 1999
- [14]. G. Eugeni, *L'acqua e' una risorsa preziosa: breve panoramica dalle valvole di bronzo al telecontrollo nelle reti di distribuzione idrica*, in "Le Identità ed I Saperi", coll. di Logica e Matematica tra Presente e Futuro, EDIGRAFITAL ED., TERAMO, 1999.
- [15]. P. Feyerabend, *Contro il metodo*, FELTRINELLI, MILANO 1979
- [16]. G. Frege, *Logica e aritmetica*, BORINGHIERI, TORINO 1965
- [17]. G. Giorello, *Il caso e la libertà*, LATERZA ED. ROMA-BARI 1994.
- [18]. G. Giorello, *Immagini e metafore della scienza*, LATERZA, ROMA-BARI 1992
- [19]. G. Giorello, D. Gillies, *La filosofia della scienza nel XX secolo*, LATERZA ROMA-BARI 1988
- [20]. C. Hempel, *La formazione dei concetti e delle teorie nella scienza empirica*, FELTRINELLI, MILANO 1961
- [21]. D. Hilbert, *Fondamenti della geometria*, FELTRINELLI, MILANO 1970
- [22]. I. Kant, *Critica della ragion pura*, LATERZA, BARI 1966
- [23]. T. Kuhn, *Note su Lakatos*, in I. Lakatos - A. Musgrave (a cura di), *Critica e crescita della conoscenza*, FELTRINELLI, MILANO 1976

- [24]. G. W. Leibniz, *Nuovi saggi sull'intelletto umano*, EDITORI RIUNITI, ROMA 1982
- [25]. G. W. Leibniz, *Scritti di logica*, ZANICHELLI, BOLOGNA
- [26]. C. Mangione, E. Bellone- *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, GARZANTI, MILANO 1996
- [27]. R. Mascella, D. Tondini, La sezione aurea ed i numeri di Fibonacci, in “*Le Identità ed I Saperi*”, coll. di Logica, Teramo, 2001.
- [28]. I. Newton, *Principi matematici della filosofia naturale*, UTET, TORINO 1965
- [29]. H. Poincaré, *La scienza e l'ipotesi*, LA NUOVA ITALIA, FIRENZE 1950
- [30]. K. Popper, *Logica della scoperta scientifica*, , EINAUDI, TORINO 1970
- [31]. K. Popper, *Congetture e confutazioni*, IL MULINO, BOLOGNA 1972
- [32]. K. Popper, *Poscritto alla Logica della scoperta scientifica, I*, IL SAGGIATORE, MILANO 1984
- [33]. K. Popper, *Logica della scoperta scientifica*, EINAUDI, TORINO 1970
- [34]. F. Ramsey, *I fondamenti della matematica*, FELTRINELLI, MILANO
- [35]. B. Russell, *Introduzione alla filosofia matematica*, NEWTON COMPTON, ROMA 1970
- [36]. G. Saccheri, *Euclide emendato da ogni neo*, MILANO 1904.
- [37]. S. Tagliagambe, *Ala ricerca di confini*, ITER ,ANNO II ,N°5 ,TRECCANI, 1999
- [38]. S. Tagliagambe, *L'epistemologia del confine*, MILANO, IL SAGGIATORE, 1997
- [39]. L. Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus e Quaderni 1914-1916*, EINAUDI, TORINO 1968