

## I 'LUDI MATEMATICI' DI LEON BATTISTA ALBERTI

*Fabio Mercanti e Paola Landra\**

In questo lavoro si effettua una 'rivisitazione' dei *Ludi matematici*, dando una interpretazione moderna degli strumenti matematici, segnatamente geometrici, ivi usati per risolvere alcuni problemi pratici, relativi a misurazioni di grandezze fisiche come lunghezze, superficie, tempi, velocità e altre ancora.

Through a 'new' reading of the *Ludi matematici*, we have illustrated in a modern form the geometrical instruments used to resolve some practical problems about geometrical and physical measurements.

### 0. Introduzione

La biografia e le opere di Leon Battista Alberti (figura 1) sono ben note.<sup>1</sup> Per quanto concerne la biografia, in sintesi, si ricorda che Alberti nacque a Genova il 14 febbraio 1404, figlio naturale di Lorenzo Alberti, facoltoso commerciante, che era stato bandito da Firenze, e di Bianca Fieschi. I suoi primi studi avvennero dapprima a Venezia poi a Padova, fino verso il 1418. Trasferitosi a Bologna dovette inter-

---

\* Politecnico di Milano, Polo regionale di Mantova, Dipartimento BEST. Lavoro eseguito nell'ambito del gruppo di ricerca d'Ateneo del Politecnico di Milano.

<sup>1</sup> Tra le molte biografie di Alberti si segnala, tra le più recenti, quella dovuta a M. PAOLI, *Leon Battista Alberti 1404-1472*, Paris, Les Éditions de l'Imprimeur 2004 (edizione tradotta in italiano da F. Alberti La Marmora - D. degli Alberti: M. PAOLI, *Leon Battista Alberti*, Torino, Bollati Boringhieri 2007); da segnalare per la sua completezza e autorevolezza anche quella di C. GRAYSON, *Leon Battista Alberti: vita e opere*, in «Leon Battista Alberti» a cura di J. Rykwert e A. Engel, Milano, Electa 1994, pp. 28-37. Per una ancora più vasta visione della vita di Alberti si può vedere G. MANCINI, *Vita di Leon Battista Alberti*, Roma, Bardi 1971, pp. 325-334 (ristampa anastatica della 2<sup>a</sup> edizione, Firenze, Carnasecchi 1911<sup>2</sup>; 1<sup>a</sup> edizione, Firenze, Sansoni 1882). Tra i molti convegni tenutisi in suo onore si ricordano almeno il *Convegno internazionale indetto nel V centenario di Leon Battista Alberti*, Roma-Mantova-Firenze, 25-29 aprile 1972, i cui atti furono editi a Roma, Accademia Nazionale dei Lincei, 1974; quelli di Mantova del 1994 e del 1998, sui temi rispettivi *Leon Battista Alberti. Architettura e cultura* e *Leon Battista Alberti e il Quattrocento. Studi in onore di Cecil Grayson e Ernst Gombrich*, i cui atti sono stati pubblicati a Firenze, Olschki, rispettivamente nel 1998 e nel 2001; quello di Genova, 19-21 febbraio 2004, sul tema *La vita e il mondo di Alberti*, che «ha modificato la biografia albertiana su vari punti non secondari», M. PAOLI, *Leon Battista Alberti*, Torino cit., p. 9. Da ricordare, infine, che a Mantova si trova l'importante 'Centro di Studi Leon Battista Alberti', dove esiste una ricca raccolta di documenti e pubblicazioni relative a Alberti.

rompere, a causa della morte del padre, gli studi in diritto canonico e affrontare diverse difficoltà di vario genere.



Figura 1 – Ritratto di Leon Battista Alberti

Dopo un periodo nel quale si dedicò agli studi scientifici, nel 1428 si laureò, comunque, in diritto canonico. Nello stesso anno cessò il bando da Firenze, dove egli poté finalmente tornare.

Divenuto sacerdote e, nel 1432, abbreviatore apostolico,<sup>2</sup> godette in tale veste, fino alla morte, di svariati benefici. Dopo un periodo trascorso a Roma, negli anni tra il 1434 e il 1442 fu a Firenze e a Ferrara, ospite degli Estensi. Nel 1435 compose il *De pictura*, dedicato a Giovanni Francesco Gonzaga, nel quale compaiono le prime applicazioni della matematica alla rappresentazione prospettica della realtà. Nel 1443 tornò a Roma, dedicandosi sempre più ai suoi interessi scientifici e artistici e dove, nel 1447 provvide alla redazione della *Descriptio urbis Romae*, e, negli anni immediatamente successivi, alla stesura del suo trattato *De re aedificatoria*, concluso nel 1452. Furono altresì di questo periodo i suoi studi sugli edifici romani e sull'opera di Vitruvio,<sup>3</sup> nonché l'incarico relativo alla costruzione del Tempio Malatestiano di Rimini, e altri ancora. Col *De re aedificatoria* «si apre l'era moderna dell'architetto colto, analogo al ruolo assegnato dall'Alberti al pittore nel *De pictura*».<sup>4</sup> Tra il 1450 e il 1452, scrisse anche i *Ludi matematici*, con dedica a Meliaduso d'Este, nei quali esprime la 'summa' del suo sapere matematico, in particolare 'geometrico', e dei quali si parla più ampiamente nel seguito. Da

<sup>2</sup> Controfirmava, cioè, i 'Brevi' apostolici, ovvero le disposizioni del Papa per i vescovi. Mantenne questo incarico fino al 1464, anno della soppressione della funzione degli abbreviatori.

<sup>3</sup> Pollione Vitruvio scrittore romano vissuto nel I secolo a. C. Nel trattato *De Architectura*, egli tratta di costruzioni, di idraulica, di geometria, di astronomia e di macchine da guerra. Edito nel 1486 da Sulpicio Verolano, esercitò indubbia influenza sull'architettura italiana del Rinascimento.

<sup>4</sup> C. GRAYSON, *Leon Battista Alberti: vita e opere* cit., p. 34.

questo momento, per una decina d'anni, Alberti fu impegnato da lavori commissionatigli da privati, in particolare dal fiorentino Giovanni Rucellai, del quale è celebre l'omonimo Palazzo in Firenze.

### 1. Leon Battista Alberti a Mantova

Nel 1459 Alberti fu a Mantova, al seguito di Papa Pio II;<sup>5</sup> qui si fermò anche dopo la partenza del Pontefice e l'anno successivo ricevette da Ludovico II Gonzaga l'incarico relativo al progetto e alla costruzione della chiesa di San Sebastiano, che però non procedette mai nei tempi e con le modalità previste. Alberti tornò a Mantova nel 1463, poi nuovamente nel 1470: si rivolse, in quella circostanza, a Ludovico II Gonzaga per significargli che il modello in scala, del costruendo S. Andrea, proposto da Antonio Manetti (1423-1497), allievo di Filippo Brunelleschi (1377-1446), non era secondo lui adatto per Mantova. Propose allora al Marchese un suo disegno che si richiamava al 'tempio etrusco', ricevendo dal medesimo l'affidamento dell'ambiziosa impresa.

In quello stesso periodo, verso la fine degli anni '60, Alberti, sebbene avesse molti altri impegni non solo a Mantova, ma anche a Firenze e altrove, scrisse il *De componendis cifris*,<sup>6</sup> nel quale poté manifestare le conoscenze e i risultati acquisiti nel campo linguistico e in quello matematico, dissertando di codici e, più in generale di 'crittografia'.

Fu nuovamente a Mantova nell'inverno del 1471 e completò il suo modello in scala, della chiesa di Sant'Andrea, nel gennaio del 1472. Nel febbraio dello stesso anno si cominciò a abbattere la vecchia chiesa e nel giugno successivo si pose la prima pietra della nuova costruzione (con l'intenzione di ultimarla entro il 1494).<sup>7</sup>

Furono proprio quelle mantovane le ultime vicende delle quali Alberti fu protagonista. Infatti, nello stesso anno, dopo una vita caratterizzata dalla sua complessa personalità di scrittore, di architetto, di scienziato, di matematico, in poche parole di 'uomo eclettico', Leon Battista Alberti moriva a Roma il 25 aprile 1472.

#### 1.1. Opere matematiche di Leon Battista Alberti

Nel secolo XV «la matematica subì una delle trasformazioni più profonde della propria storia».<sup>8</sup> Si passò infatti da una cosiddetta fase medioevale a «una fase

<sup>5</sup> Enea Silvio Piccolomini, fu Papa dal 1458 al 1464.

<sup>6</sup> Scritta in latino, l'opera fu pubblicata solo cent'anni dopo, tradotta in volgare, cfr. L. B. ALBERTI, *La cifra*, in «Opuscoli morali di Leon Battista Alberti gentil'huomo fiorentino: Ne' quali si contengono molti ammaestramenti, necessarij al viver de l'huomo, così posto in dignità, come privato. Tradotti, e parte corretti da Cosimo Bartoli», Venezia, Franceschi 1568, pp. 200-221.

<sup>7</sup> Al cantiere del S. Andrea venne preposto l'architetto toscano Luca Fancelli. I lavori si protrassero fino al XVII secolo, a opera di Filippo Juvara, per realizzare la cupola in stile barocco. Va inoltre tenuto presente che Alberti interveniva personalmente nei cantieri del Vaticano e zone limitrofe, mentre di solito i disegni e le istruzioni per i cantieri in luoghi diversi, come Ferrara e Mantova, venivano inviati tramite un messaggero.

<sup>8</sup> L. GEYMONAT, *Prefazione*, «R. RINALDI, *Ludi matematici*», Milano, Guanda 1980, p. 7.

nuova, nella quale la scienza viene interpretata come attività pienamente autonoma e la matematica assume il ruolo essenziale»,<sup>9</sup> che la portò nei due secoli successivi a essere protagonista della Rivoluzione scientifica della fine del Seicento, «di grande mediatrice fra la scienza e la tecnica nonché tra la scienza e l'arte».<sup>10</sup> Il diverso approccio alla matematica, in particolare alla geometria, è tra gli elementi caratterizzanti di questo cambiamento, ben rappresentato dalla fusione tra cultura umanistica e cultura scientifica, delle quali Alberti fu massimo rappresentante dell'epoca.

In molte tra le innumerevoli opere<sup>11</sup> di Leon Battista Alberti traspaiono spunti della sua mentalità e della sua preparazione scientifica, in special modo matematica e fisica, di uomo superiore e precursore dei tempi, per interessi e cultura. Per quello che riguarda le sue conoscenze in campo matematico,<sup>12</sup> queste spiccano sia nei *Ludi matematici*, ai quali è dedicato il prosieguo del capitolo, sia nell'appena citato *De componendis cifris*. In queste opere Alberti profuse il suo sapere matematico, per quanto riguarda particolarmente la 'geometria' nel primo, e per quanto concerne più specificatamente la statistica nel secondo.

Nel *De componendis cifris* Alberti pose le basi della moderna crittografia,<sup>13</sup> della quale può esser considerato un precursore, come anticipatore di nuove metodologie e della risoluzione delle problematiche a esse collegate.

In particolare egli si dedicò allo studio di un linguaggio da un punto di vista statistico.<sup>14</sup> Mediante il 'disco cifrante', da lui ideato, costruì un sistema polialfabetico che consentiva la cifratura di un messaggio, fornendo maggiori garanzie rispetto ai sistemi fino allora utilizzati. Il 'disco cifrante', del quale, ovviamente, dovevano

<sup>9</sup> *Ibidem*, p. 8.

<sup>10</sup> *Ibidem*.

<sup>11</sup> Per una completa rassegna delle opere di Leon Battista Alberti si vedano: C. GRAYSON, *Ludi rerum mathematicarum*, in «Opere volgari», III, Bari, Laterza 1973, pp. 352-360 e *Leon Battista Alberti: vita e opere* cit.; L. BOSCHETTO, *Leon Battista Alberti e Firenze. Biografia, storia, letteratura*, Firenze, Olschki 2000; M. PAOLI, *Leon Battista Alberti*, Torino cit. Notizie sulle opere di Alberti si trovano, anche, in P. RICCARDI, *Biblioteca matematica italiana dalle origini della stampa ai primi anni del secolo XIX*, I, Modena, Tip. Soliani 1870, coll. 17-18 e in G. MANCINI, cit. Tra le opere più importanti si ricordano qui almeno: *De re aedificatoria* (1452); *Della famiglia* (i primi tre libri tra il 1433 e il 1434, il IV libro tra il 1435 e il 1443); *De pictura* (1435-1436).

<sup>12</sup> Cfr. per esempio: A. CAROTTI-M. V. LATELLA, *Spunti storico-critici di meccanica di grandi coperture a cupola. Filippo Brunelleschi e Leon Battista Alberti*, «Contributi di scienziati mantovani allo sviluppo della matematica e della fisica», Atti del Convegno Nazionale della Mathesis, Mantova 17-19 maggio 2001, a cura di F. Mercanti e L. Tallini, Cremona, Tip. Cremonese 2001, pp. 59-66; F. EUGENI-R. MASCELLA, *Leon Battista Alberti, crittografia e crittoanalisi*, «Contributi di scienziati mantovani cit.», pp. 93-101; A. MATURO-G. VARONE, *Alcuni aspetti matematici nell'architettura di Leon Battista Alberti* «Contributi di scienziati mantovani cit.», pp. 175-187.

<sup>13</sup> F. EUGENI, *Combinatorics and Cryptography. Lecture given at International Conference "COMBINATORICS '90"*, (Gaeta, Italy), «Annals of Discrete Mathematics», 1992, pp. 159-174.

<sup>14</sup> Gli studi di Alberti giunsero a sfiorare quasi i concetti di entropia e di ridondanza di una sorgente ergodica di informazione, cfr. C. E. SHANNON, *A Mathematical Theory of Communication*, Bell System Technical Journal, 27, 1948, pp. 379-423. Cfr. anche F. EUGENI, *Combinatorics and Cryptography* cit.

esistere due copie uguali, una per il trasmettente e una per il ricevitore (figura 2), era formato da due dischi circolari concentrici di diverso diametro. Le due circonferenze di ciascun disco venivano divise in ventiquattro parti uguali, chiamate da Alberti ‘case’. In ognuna delle case dei due cerchi si tracciavano le lettere dell’alfabeto, nonché, solo nel più grande, i numeri da 1 a 4, togliendo da esso alcune lettere, giudicate come ‘inutili’, quali per esempio la H o la K, in modo che le case fossero in tutto 24. Quindi si incernieravano i due dischi nel loro comune centro, in modo che potessero ruotare intorno a tale centro, così che le lettere o i numeri tracciati sulle loro circonferenze assumessero varie reciproche relative posizioni, come indicato nella figura 2.

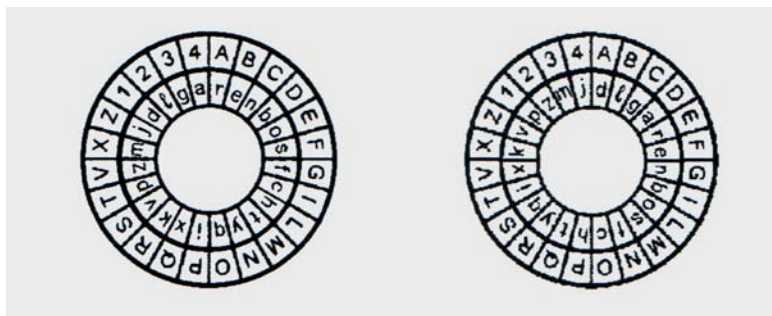


Figura 2 – Coppia di dischi cifranti

Per comunicare, trasmettente e ricevitore concordavano una ‘chiave’ di codifica, costituita da una coppia di caratteri presi, rispettivamente, dal disco di raggio maggiore e da quello di raggio minore (o viceversa). Il trasmettente codificava il messaggio, composto con i caratteri del disco di raggio minore, mediante quelli del disco di raggio maggiore e, analogamente, come appare evidente, faceva il ricevitore per decodificarlo.

Per motivi di sicurezza decisi dal Vaticano, su quest’opera di Alberti venne mantenuto il massimo riserbo per cent’anni, consentente Alberti medesimo se, nella sua conclusione scrisse, quanto segue.

Io vorrei che questa mia operetta si conservassi appresso de gli amici miei, acciò non andasse in potere dello ignorante vulgo, né si pubblicassi questa invenzione degna veramente di un Re, atto o inclinato a maneggiare cose grandi, sia felice.<sup>15</sup>

## 2. I Ludi matematici: loro origine

Le applicazioni geometriche degli studi di Alberti, come si è già accennato, si trovano prevalentemente nei *Ludi matematici* (*Ludi Rerum Mathematicarum*).<sup>16</sup> Pur-

<sup>15</sup> L. B. ALBERTI, *La cifra* cit., p. 216.

<sup>16</sup> Dai vari codici giunti fino a noi si ricava che la dedica originale dei *Ludi matematici* fosse: «Leonis Baptistae Albertis ad Illustrissimum Principem Dominum Meliadusium Marchionem Estensem ex

troppo, però, di questo lavoro non esistono copie autografe; sono pervenuti sino a noi solo alcuni manoscritti del '400 e del '500, talvolta con alcune modeste modifiche passate da una copia all'altra, non apportate dall'autore, bensì dai vari copisti che le hanno rielaborate, cadendo in errori di interpretazione e di trascrizione.<sup>17</sup>

La prima pubblicazione a stampa dei *Ludi matematici*, quasi un secolo dopo la morte di Alberti, avvenne a Venezia nel 1568 a opera di Cosimo Bartoli (1503-1572), al quale si deve il suo accorpamento all'interno degli *Opuscoli morali*, generalmente con il titolo *Delle piacevolezze delle Matematiche*.<sup>18</sup> La copia degli *Opuscoli morali*, il cui frontespizio è riprodotto nelle figura 3, utilizzati per la disamina successiva è custodita presso la Biblioteca di Storia delle Scienze 'Carlo Viganò' dell'Università Cattolica del Sacro Cuore di Brescia. A essa si fa riferimento sia per il testo albertiano,<sup>19</sup> sia per le figure riportate nel seguito.<sup>20</sup>

Relativamente alla stesura dei *Ludi matematici*, non si conosce a tutt'oggi una sicura collocazione temporale, anche se si ritiene che siano stati scritti antecedentemente al 1452; nel gennaio di tale anno, infatti, morì Meliaduso d'Este, a cui l'autore dedicò il proprio lavoro,<sup>21</sup> nella forma di seguito riportata.

Allo Illustrissimo Principe Melladusio Marchese d'Este

Conosco che io fui tardo a soddisfare con questa mia operetta al desiderio vostro, e benché di questa mia tardità io possa allegare molte scuse e cagioni, pure mi diletta più rimettermi

Ludis Rerum Mathematicarum». Da ciò si deduce come il titolo originale dell'opera fosse, con ogni probabilità, *Ludi Rerum Mathematicarum*. Peraltro, il titolo latino, per un'opera in volgare, era prassi abbastanza usuale in quei tempi.

<sup>17</sup> Il Codice Leber 1158 (3056), conservato presso la Bibliothèque Municipale di Rouen, è considerato, da alcuni studiosi, il riferimento base per i manoscritti relativi ai *Ludi matematici*. Comunque, per un esame filologico degli undici codici albertiani conosciuti si veda, per esempio, C. GRAYSON, *Ludi rerum mathematicarum*, cit. pp. 352-360.

<sup>18</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze delle Matematiche*, in «Opuscoli morali di Leon Battista Alberti gentil'huomo fiorentino: Ne' quali si contengono molti ammaestramenti, necessarij al viver de l'huomo, così posto in dignità, come privato. Tradotti, e parte corretti da Cosimo Bartoli», Venezia, Franceschi 1568, pp. 225-255. Il titolo indicato nell'indice varia da edizione a edizione, talvolta come *Piacevolezze Mathematiche*, talaltra come *Piacevolezze matematiche*.

<sup>19</sup> Qui, e nel seguito, per 'testo albertiano' o 'testo di Alberti' si intende L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze* cit.

<sup>20</sup> Il contenuto di tale copia è stato confrontato con quello elaborato sui codici albertiani da C. GRAYSON, *Ludi rerum mathematicarum*, cit. e utilizzato da L. VAGNETTI, *Considerazioni sui "Ludi matematici"*, in «Studi e documenti di architettura», 1, Firenze 1972, pp. 175-259 e da R. RINALDI, *Ludi matematici*, Milano, Guanda 1980, pp. 28-71. Le note differenze tra i vari codici e le varie edizioni appaiono anche con quella custodita presso la Biblioteca Nazionale Braidense, ma quella presa in esame in questo lavoro sembra abbastanza chiara nella esposizione e, soprattutto, congruente nella corrispondenza tra testo e figure. Nel seguito ognuna di queste, se riprodotta, sarà indicata, nella rispettiva didascalia, come 'disegno'.

<sup>21</sup> È possibile che la stesura dei *Ludi matematici* sia avvenuta anche prima dell'autunno del 1450, periodo in cui morì il fratello di Meliaduso d'Este, Leonello d'Este, a cui l'autore fa riferimento nei *Ludi matematici*. Probabilmente la stesura è avvenuta tra il 1450 e il 1452, contemporaneamente al compimento del *De re aedificatoria*, cfr. C. GRAYSON, *Leon Battista Alberti* cit., p. 34; in M. PAOLI, *Leon Battista Alberti*, Torino cit., p. 40, si fa riferimento solamente al 1450.

alla humanità e facilità vostra, e domandare perdono. Se io errai, forse vi harò soddisfatto quando in queste cose giocondissime qui raccolte, vi prenderete diletto, si in considerarle, si ancora in praticarle e operarle. Io mi sforzai di scriverle molto aperte, pur mi conviene ricordarvi che queste sono materie molto sotili, e male si possono trattare in modo si piano; che non convenga stare attento a ricognoscerle. Se vi saranno grate, ne sarò lieto, e voi se altro piu desiderate, quando lo sentirò, mi sforzerò di satisfarvi, per hora siavi grato questo, nel quale troverrete cose molto rare, raccomandomi.

Leonbattista Alberti<sup>22</sup>



Figura 3 – Frontespizio degli *Opuscoli morali*

I problemi posti da Meliaduso a Alberti consistevano, in sintesi, nel trovare delle regole che consentissero di misurare «solo con il vedere»,<sup>23</sup> determinando, per così dire a vista, distanze di oggetti, tra di loro o da un osservatore, e dimensioni di manufatti, totalmente o parzialmente inaccessibili, oppure superficie di terreni; oltre a questi, furono trattati altri problemi che, probabilmente, Alberti aggiunse a

<sup>22</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze* cit., p. 225.

<sup>23</sup> *Ibidem*.

quelli richiestigli, trattandoli anche in maniera ‘dilettevole’. Egli affrontò, cercando di trovarne una o più soluzioni, i problemi legati alla misurazione dell’altezza di una torre, della larghezza di un fiume, della profondità di una valle, o più semplicemente di un pozzo, della determinazione dell’estensione di terreni, e altri ancora illustrati nel seguito. Egli cercò di risolvere i suddetti problemi seguendo procedimenti, che sono «esempio di brillante e rigoroso ragionamento deduttivo».<sup>24</sup> Inoltre egli si servì soprattutto di strumenti molto semplici e, per la verità, anche abbastanza imprecisi, ma ottenendo, nella maggior parte dei suoi calcoli, approssimazioni non immaginabili per quei tempi e per quei metodi, per esempio, come si vedrà in seguito, nell’assegnazione del valore di  $\pi$ . Egli, inoltre, mise in particolare evidenza il principio di proporzionalità diretta tra i lati omologhi dei triangoli simili e quella tra i segmenti intercettati da rette parallele sopra due trasversali.

Et così vi riuscirà in tutte le cose che voi misurerete. Sono simili ragioni sottili, ma molto utili à più e più cose, quali appartengano al misurare, e anco a trovare i numeri ascosi,<sup>25</sup>

cioè delle misure inaccessibili da ottenersi per misurazione diretta. Egli risolse, in questo modo, tutti i problemi collegati, cercando di trovare anche una spiegazione sia matematica sia fisica. I problemi affrontati da Alberti sono numerosi e di molteplice varietà e verranno illustrati nel seguito, raggruppati per analogia e, comunque, nell’ordine di esposizione di Alberti, anche se alcuni di essi verranno illustrati solo sommariamente, per essere o molto simili a altri precedentemente trattati, oppure di minor interesse matematico e fisico.<sup>26</sup>

### 3. I problemi del misurare solo con il vedere

I primi sette problemi riguardano la misurazione, «solo con il vedere», dell’altezza di una torre o, più in generale, della quota di un oggetto irraggiungibile, e della larghezza di un fiume.<sup>27</sup>

#### 3.1. Altezza di una torre nota la quota di un suo qualsiasi elemento

Nel primo problema Alberti mostrò come fosse possibile misurare, con la sola vista, l’altezza di una torre, ponendosi in un qualunque punto della piazza ove sia situata la torre stessa, conoscendo l’altezza dal suolo di un elemento di tale torre. L’osservatore doveva conficcare «un Dardo in terra», prospiciente la torre, allontanarsi da questo di circa «sei o otto piedi»<sup>28</sup> e truardare su di esso la cima della torre, la base della stessa e un punto di altezza nota dal suolo, indicando con «un poco di cera per segno» sull’asta i punti nei quali erano stati truardati, rispetti-

<sup>24</sup> R. RINALDI, cit., p. 41.

<sup>25</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolzze* cit., p. 231.

<sup>26</sup> Per brevità, nel seguito, l’indicazione in nota delle pagine di L. B. ALBERTI, *Delle piacevolzze* cit., non avverrà per ogni citazione, ma solamente quando la relativa pagina è diversa dalla precedente.

<sup>27</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolzze* cit., p. 225.

<sup>28</sup> Di circa, cioè, due o tre metri. Il piede ferrarese misurava poco più di 40 cm.

vamente, i tre succitati punti della torre (figura 4).

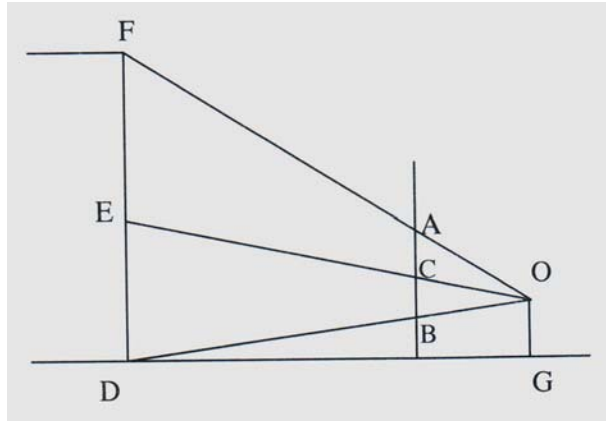


Figura 4 - Schema di misurazione dell'altezza di una torre nota la quota di un suo punto

L'osservatore doveva effettuare tutte queste operazioni senza muoversi dalla sua posizione iniziale, senza cioè modificarla rispetto al dardo e senza modificare il proprio piano di visualizzazione, ovvero rimanere, come raccomanda Alberti, «con l'occhio al primo stato»,<sup>29</sup> non variando «le vedute».

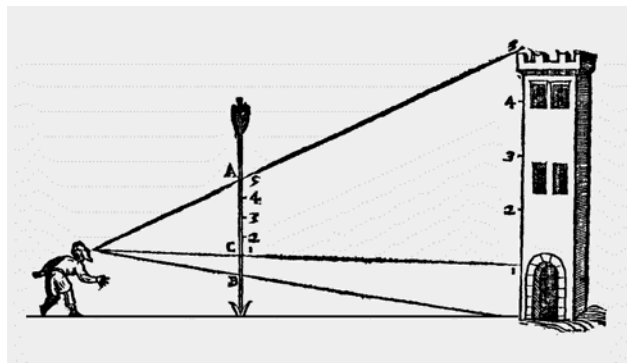


Figura 5 - Disegno relativo al calcolo della altezza di una torre nota la quota di un suo punto

Nella figura 4, O indica l'osservatore, il segmento DF la torre, il segmento BA l'asta, i punti D, E, F, rispettivamente, la base, il punto noto e la cima della torre, i punti B, C, A, rispettivamente, i loro punti di traguardo da O. Applicando opportunamente il Teorema di Talete al fascio delle tre rette parallele DF, BA e GO, si ot-

<sup>29</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolzze* cit., p. 226.

tiene, immediatamente,

$$DE:DF = BC:BA,$$

da cui l'altezza richiesta DF.<sup>30</sup>

Alberti illustrò anche un esempio numerico di una torre alta cento piedi e il cui punto noto dista dal terreno dieci piedi, i cui calcoli siano immediati. Si noti, inoltre, che la precedente figura 4 è la schematizzazione della figura 5, tratta dal testo albertiano.<sup>31</sup>

### 3.2. Altezza di una torre nota la distanza dalla sua base

Nel secondo problema Alberti mostrò come fosse possibile misurare, sempre con la sola vista, l'altezza di una torre, ponendosi in un qualunque punto della piazza ove sia situata la torre stessa, conoscendo la distanza di tale punto dalla base della torre. Con argomentazioni, simbologie e linguaggio del tutto analoghi a quelli usati nel caso precedente, Alberti suggeriva di operare nel seguente modo. Si conficcava nuovamente nel terreno «un dardo, o una asta, o altra cosa simile» (figura 6) e si osservava la torre «dirizzando il veder vostro per il dardo»; si indicava sull'asta il punto C di tale traguardo, stando a terra, allineati con l'asta. Si determinava poi la distanza dell'osservatore dalla torre e dall'asta.

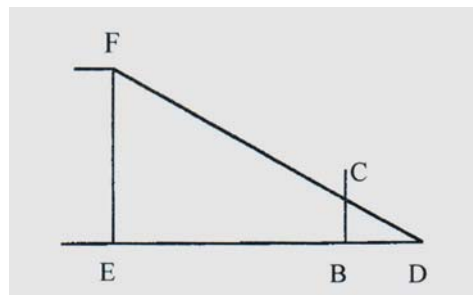


Figura 6 - Schema di misurazione dell'altezza di una torre nota la distanza dalla sua base

Nella figura 6, il punto D indica l'osservatore, il punto B la base dell'asta, il punto C il punto di traguardo della cima della torre sull'asta e i punti E, F, rispettivamente, la base e la cima della torre. Dalla similitudine dei triangoli rettangoli [EDF] e [BDC] segue immediatamente la proporzionalità dei lati omologhi, in particolare,

<sup>30</sup> Il procedimento seguito per calcolare l'altezza della torre si basa sul teorema dovuto a Talete, al quale Alberti, però, non fa alcun riferimento nella sua opera.

<sup>31</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolzze* cit., p. 226.

$$ED:BD = EF:BC,$$

da cui si ricava l'altezza richiesta EF. Nel testo di Alberti si trova, oltre alla

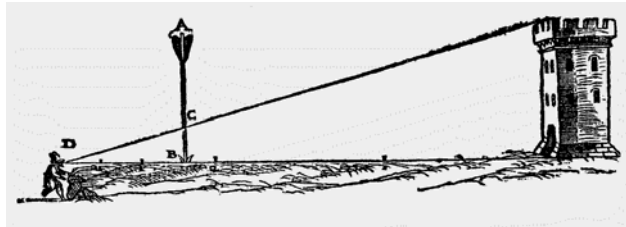


Figura 7 - Disegno relativo all'altezza di una torre nota la distanza dalla base

descrizione originale delle operazioni appena illustrate, anche un esempio numerico, di una «torre alta piedi cento»<sup>32</sup> e distante «piedi trecento» dall'osservatore, come al solito di semplice calcolo. Si noti, inoltre, che la precedente figura 6 è la schematizzazione della figura 7, tratta dal testo di Alberti.

### 3.3. Altezza di una torre (caso particolare del precedente)

Il terzo problema è un caso particolare del precedente: in esso Alberti suggeriva all'osservatore di usare un'asta, che misurasse quanto la statura dell'osservatore

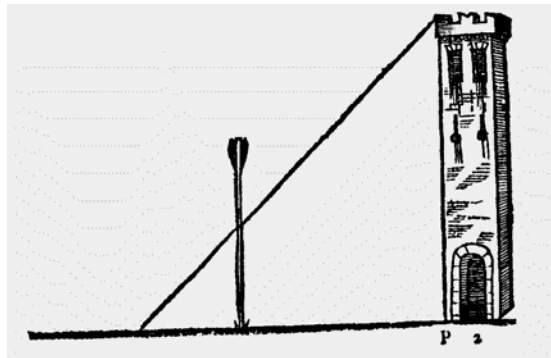


Figura 8 – Disegno relativo al calcolo dell'altezza di una torre nota la propria statura

stesso, e di determinare il punto di traguardo D, in modo che la congiungente il punto di osservazione con la cima della torre formasse un angolo di  $45^\circ$  con il piano orizzontale; in queste condizioni i triangoli [DBC] e [DEF] (figura 6), rettangoli e isosceli, sono simili e pertanto l'altezza della torre era uguale alla distanza di D

<sup>32</sup> *Ibidem*, p. 227.

dal piede della torre stessa. Di seguito è riportato il testo di Alberti concernente il problema ora illustrato, con la relativa figura 8.

Pare ad alcuni piu breve via, appressarsi tanto alla Torre, che stando a giacere in terra, e toccando con i piedi il Dardo, fitto come si disse a piombo in terra, che la veduta alla cima della torre batterà nel dardo alto tanto quanto sara dallo occhio vostro à piedi, e dicono il vero per che tanto sarà dal piè dalla torre allo occhio vostro, quanto è dal detto piè della torre alla sua cima.

### 3.4. Altezza di una torre calcolata mediante superficie riflettenti

Nel quarto problema Alberti osservò che al medesimo risultato si poteva giungere anche utilizzando la proprietà delle superficie piane riflettenti, su cui l'angolo di incidenza è uguale a quello di riflessione. La versione originale di Alberti, sotto riportata, chiarisce il concetto senza necessità di ulteriori spiegazioni né schematizzazione della successiva figura 9.<sup>33</sup>

Pigliasi uno specchio, ò una Scodella piena di acqua, e pongasi in terra; e discostisi poi da essa, volgendo sempre il viso e allo specchio e alla Torre, per sino a tanto che si vegga in esso specchio o scodella rapresentarsi la cima della torre si troverà che qua[n]te volte lo spatio ch'è fra gl'ochi e i piedi entrerà nello spatio ch'è fra piedi e lo specchio, tante volte ancora la altezza della torre entrerà nello spatio che è fra lei e lo specchio. Chiamisi la cima della Torre. A. e il suo piè. B. lo specchio. C. lo occhio D e i piedi di chi guarda E. come si vede nel disegno. Dico che se A.B. sarà piedi cento e B.C. piedi dugento, troverete pari proportione fra C.E. e D.E. cioè, che come cento entra in dugento due volte così D.E. entrerà in CE. medesimamente due volte.

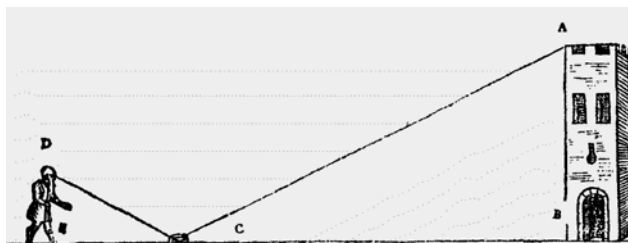


Figura 9 - Disegno relativo al calcolo dell'altezza di una torre mediante superficie riflettenti

### 3.5. Dissertazione sulle misurazioni di oggetti inaccessibili

Il quinto problema è solamente una brevissima trattazione sulle misure inaccessibili, «numeri ascosi», da ottenersi mediante misurazioni dirette. Si disserta sul fatto che, allo scopo, occorranò determinati dati, quali «lo spacio che è fra voi e il piè di detta torre» di cui si vuole trovare l'altezza, o tra l'osservatore e altri oggetti ausiliari,

<sup>33</sup> *Ibidem*, p. 228.

come si vedrà nel problema della misurazione della larghezza di un fiume, nel paragrafo successivo.

### 3.6. Misurazione della larghezza di un fiume

Del sesto problema, che tratta della misurazione della larghezza di un fiume, Alberti fornì due diverse soluzioni, per la prima delle quali si basò solamente sul solito principio di proporzionalità dei lati omologhi dei triangoli simili, mentre per la seconda utilizzò il principio del ribaltamento rispetto a una retta su un piano.<sup>34</sup>

Nel primo caso (figura 10) ci si doveva porre su una riva del fiume, conficcare nel terreno un «Dardo A.B.» e, a una distanza pari a «tanto quanto aprite con le braccia», un secondo «dardo, come di sopra, e chiamisi questo secondo dardo DE». Traguardando da F, appartenente a ED, una posizione ben precisa G, «come sarebbe un cespuglio, o qualche luogo o sasso» della riva opposta, si individuava così su BA il punto H.

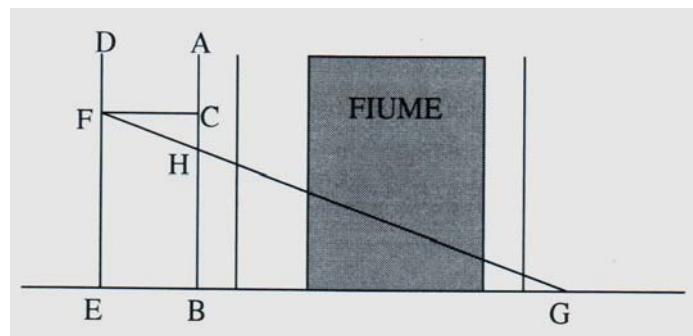


Figura 10 - Schema di misurazione della larghezza di un fiume mediante traguardazione

Detto ora C il punto di BA tale che  $EF = BC$ , si considerino i triangoli [FHC] e [BGH]. Essi risultano evidentemente simili e dalla seguente proporzione dei loro lati omologhi,

$$FC:BG = CH:HB,$$

è possibile ricavare BG. La figura 10 sopra riportata è la schematizzazione della figura 11, contenuta nel testo di Alberti.<sup>35</sup>

<sup>34</sup> Tale metodo si trova anche in VILLARD DE HONNECOURT, *Livre de portraiture* (secolo XIII), anche se non si ha certezza che esso fosse conosciuto da Alberti. Villard per affrontare tale tipo di problema utilizza uno strumento chiamato 'grafometro di confronto', adatto, però, solo per le piccole dimensioni, cfr. L. VAGNETTI, cit., p. 200.

<sup>35</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze* cit., p. 229.

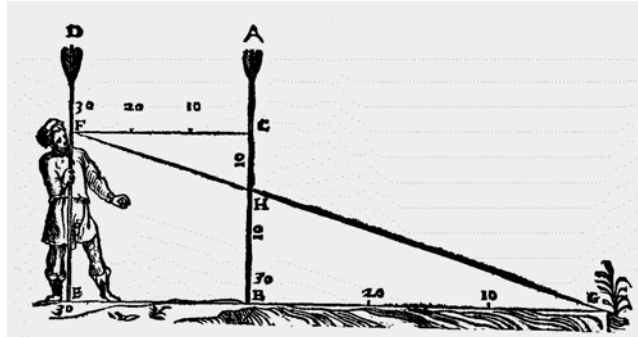


Figura 11 – Disegno relativo alla misurazione della larghezza di un fiume mediante tragguardazione

Nel secondo caso (figura 12) Alberti suppose che il fiume non scorresse tra argini delimitati da rive rialzate, ma fluisse su di un terreno relativamente piano. In questa ipotesi si fissava ancora il punto H come nel caso precedente (cfr. figura 10) e ancora C in modo che risultasse  $BC = EF$ . Si determinava poi I ottenuto banalmente da H, per ribaltamento di AB attorno alla bisettrice della striscia individuata dai segmenti ED e BA, e infine il punto K,

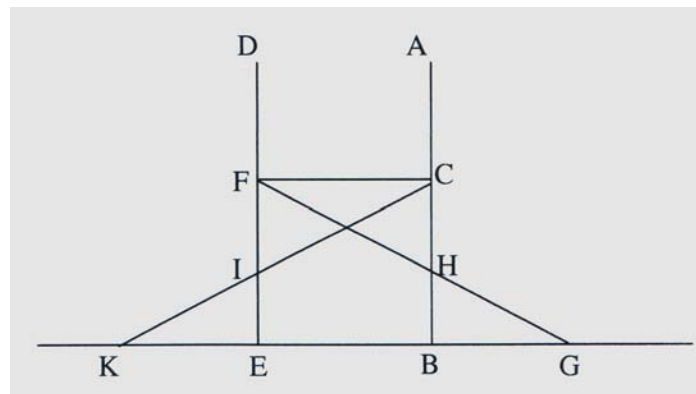


Figura 12 - Schema di misurazione della larghezza di un fiume mediante ribaltamento

intersezione delle rette individuate, rispettivamente, da CI e da BE. In tal modo si individuava la distanza KB che, in virtù della congruenza dei triangoli [EGF] e [KBC], risultava uguale a EG e, quindi, per differenza di questa con EB, il richiesto BG. La figura 12 è la schematizzazione della figura

13,<sup>36</sup> contenuta nel testo di Alberti.

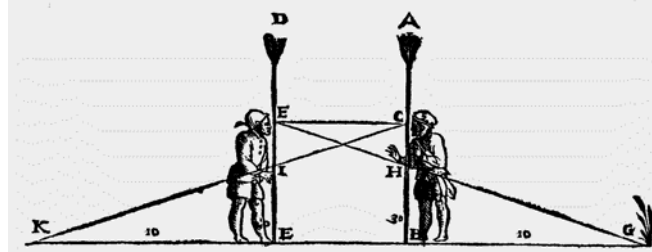


Figura 13 – Disegno relativo alla misurazione della larghezza di un fiume mediante ribaltamento

### 3.7. Misurazione di una torre della quale si vede solo la cima

Il settimo e ultimo problema sulle misure di altezze e larghezze riguardava ancora una torre della quale si vedesse solamente la cima «e nulla altra sua parte» fosse accessibile.<sup>37</sup> Anche in questo caso si conficcava un «Dardo AB» (figura 14) nel

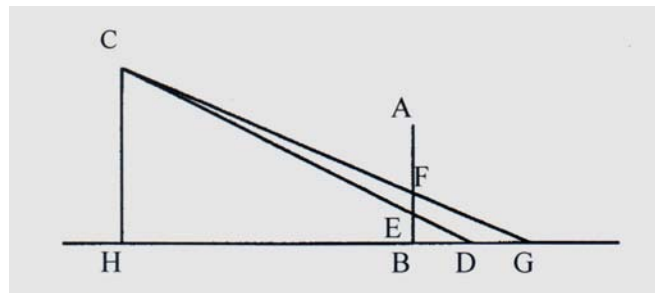


Figura 14 - Schema di misurazione dell'altezza di una torre inaccessibile

terreno. Ponendosi dalla banda opposta della torre, rispetto all'asta, si effettuavano due rilevazioni della cima C della torre, dai due punti a terra D e G, e si denotavano, rispettivamente, con E e con F i punti così traggurati sull'asta BA. Nella figura 14 il segmento HC rappresenta la torre, dalla sua base alla cima.

Dal confronto dei triangoli simili [HDC] e [BDE] si ottiene

$$BD:BE = HD:HC.$$

<sup>36</sup> *Ibidem*, p. 230.

<sup>37</sup> Questo problema presenta più difficoltà di soluzione degli altri già visti. Alberti utilizza i metodi usati negli esempi precedenti, evidenziando che la proporzionalità tra i lati omologhi dei triangoli simili, o in generale qualsivoglia rapporto di proporzionalità, «vi riuscirà in tutte le cose che voi misurerete [...] e anco a trovare i numeri ascosi», *ibidem*, p. 232.

Analogamente dal confronto dei triangoli simili [HGC] e [BGF] si ottiene

$$BG:BF = HG:HC.$$

Dal confronto delle due proporzioni ora scritte, e con semplici calcoli, si ricava facilmente l'altezza HC della torre.

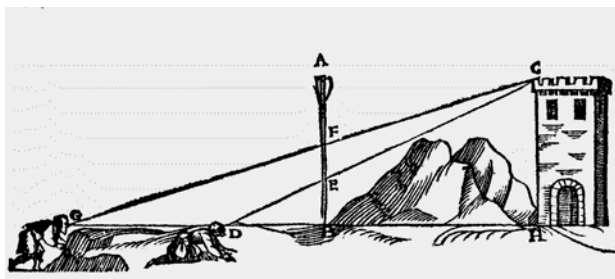


Figura 15 – Disegno relativo alla misurazione dell'altezza di una torre inaccessibile

La figura 14 sopra riportata è la schematizzazione della figura 15, contenuta nel testo di Alberti.<sup>38</sup>

#### 4. Misurazioni di profondità

Nei successivi tre problemi Alberti si dedicò a questioni relative al calcolo della profondità di un pozzo, di un mare e alla costruzione di una fontana d'acqua, «giuoco molto dilettevole»,<sup>39</sup> in linea con il programma con cui si proponeva di divertire il suo 'committente'.

##### 4.1. Calcolo della profondità di un pozzo

Il procedimento usato per il calcolo della profondità di un pozzo era del tutto simile a quelli precedentemente indicati, basato ancora sulla proporzionalità dei lati omologhi di opportuni triangoli rettangoli, come si comprende subito dall'analisi della figura 16. Si fissava «dentro al pozzo una cannucchia»<sup>40</sup> AB in posizione orizzontale «giu basso quanto piu' potete aggiugnere con la mano» e si osservava «il fondo del pozzo fino alla acqua» dall'«orlo del pozzo», in C, sopra il punto B. Allora E era il punto di intersezione tra AB e la linea visuale CD.

Detto CA' l'orlo del pozzo, dal confronto dei triangoli simili [CBE] e [DA'C] si

<sup>38</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze* cit., p. 230.

<sup>39</sup> *Ibidem*, p. 235.

<sup>40</sup> *Ibidem*, p. 231.

ottiene, immediatamente,

$$BE:BC = CA':A'D,$$

da cui si ricava A'D.

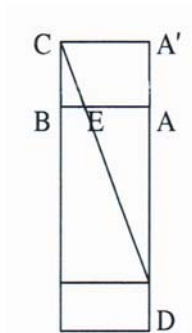


Figura 16 – Schema di misurazione della profondità di un pozzo

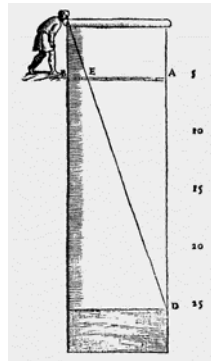


Figura 17 – Disegno relativo alla misurazione della profondità di un pozzo

La figura 16 sopra riportata è la schematizzazione della figura 17, contenuta nel testo di Alberti.<sup>41</sup>

Sicuramente di pratica applicabilità per quei tempi, la risoluzione del problema permetteva di calcolare la lunghezza della corda necessaria per attingere l'acqua dal pozzo. Tuttavia tale problema fu utilizzato da Alberti per lo studio di altre questioni più complesse, sempre connesse al calcolo della profondità di bacini idrici in generale.

#### 4.2. Calcolo della profondità di un bacino idrico

Per il calcolo della profondità di un bacino idrico, Alberti ideò degli oggetti, come «un vaso atto a tenere aqua, sia a guisa di bossolo ò di tazza»,<sup>42</sup> (figura 18) dalla maggiore o minore velocità di svuotamento dei quali si deduceva la profondità del bacino. Egli espose l'intero procedimento attraverso il quale si aveva la possibilità di valutare la profondità del mare, procedimento questo che fu trattato in seguito, nel XVI secolo, da Cosimo Bartoli e Silvio Belli,<sup>43</sup> che ne avevano disquisito in

<sup>41</sup> *Ibidem*, p. 232.

<sup>42</sup> *Ibidem*, p. 233.

<sup>43</sup> Cosimo Bartoli (1503-1572) tradusse in volgare varie opere, tra le quali quelle di Alberti. Il suo trattato: C. BARTOLI, *Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le provincie, le prospettive, e de tutte le altre cose terrene, che possono occorrere agli huomini, Secondo le vere regole d'Euclide, e de gli altri piu lodati scrittori*, Venetia, Franceschi 1564, risente dell'influenza di Alberti; cfr. anche R. CANTAGALLI - N. DE BLASI, *Cosimo Bartoli* (ad vocem), «Dizionario biografico degli italiani», 6, Roma, Treccani 1964, pp. 561-563. Per Silvio Belli (1520 ca. - 1580 ca.), la dipen-

numerosi trattati, richiamandosi alle esperienze di Alberti.

A conclusione di questo problema Alberti disserta sulla possibilità di utilizzare questi e altri strumenti per realizzare orologi di vario tipo; infatti con «queste simili ragioni e vasi si fanno horiuoli assai giusti per misurare il té[m]po à hore, e a meze hore, e molte altre cose simili che sono comode».

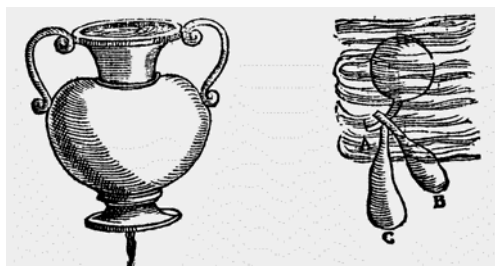


Figura 18 - Disegno relativo a recipienti per la misurazione delle profondità dei bacini idrici

#### 4.3. Costruzione di una fontana d'acqua

Per la costruzione di una fontana d'acqua, «giuoco molto dilettevole»,<sup>44</sup> Alberti sfruttò le sue conoscenze di idrostatica, utilizzando le conseguenze delle variazioni di pressione che si trasmettono in un fluido, in particolare in un liquido, nella fattispecie acqua. Il manufatto che ne usciva, «un vaso lungo tre palmi»,<sup>45</sup> illustrato nella figura 19,<sup>46</sup> altro non era che la cosiddetta 'fontana di Erone',<sup>47</sup> probabilmente nota a Alberti, ma da questi non menzionata. Il funzionamento di tale congegno consisteva nel riempire con acqua, attraverso il foro in P, la parte di vaso compresa «fra il fondo GH, e il fondo EF» e quella compresa «fra i labbri AB, e il fondo GH»,<sup>48</sup> assicurandosi che non vi fosse trasferimento d'acqua da una parte all'altra;

---

denza albertiana è evidente dal titolo della sua opera: S. BELLI, *Quattro libri geometrici di Silvio Belli vicentino. Il primo del misurare con la vista. Nel quale s'insegna, senza travagliar con numeri, a misurar facilissimamente le distantie, l'altezze, e le profondità con il quadrato geometrico, e con altri stromenti, de' quali facilmente si può provvedere, con le figure. Si mostra ancora una bellissima via di ritrovare la profondità di qual si voglia mare, et un modo industrioso di misurar il circuito di tutta la terra. Gli altri tre sono della proportione e proportionalità communi passioni del quanto. Utili, e necessarj alla vera, e facile intelligentia dell'aritmética, della geometria, e di tutta le scientie e arti.* Venetia, Ruberto Megietti 1595; cfr. anche F. BARBIERI, *Cosimo Bartoli* (ad vocem), «Dizionario biografico degli italiani», 7, Roma, Treccani 1955, pp. 680-682.

<sup>44</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze* cit., p. 235.

<sup>45</sup> Circa sessanta centimetri, *ibidem*, p. 233.

<sup>46</sup> *Ibidem*, p. 234.

<sup>47</sup> Erone d'Alessandria, matematico, fisico e geodeta greco, vissuto probabilmente nel primo secolo a. C., è ricordato per la sua «attitudine alla ricerca puramente geometrica», G. LORIA, *Storia delle matematiche, dall'alba della civiltà al secolo XIX*, Milano, Hoepli 1950, p. 91, e per i suoi studi di meccanica pratica e fisica applicata.

<sup>48</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze* cit., p. 235.



mento AD era rivolto «verso il mezzo di». <sup>49</sup> Dall'ombra proiettata dal dardo, in ogni altro momento di luce, si deduceva l'ora corrente, come in una normale meridiana.

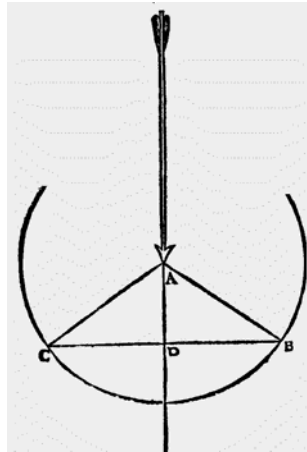


Figura 20 – Disegno relativo a un orologio diurno

## 5.2. Orologio notturno

«Per conoscere le hore della notte, senza altro instrumento, salvo che solo con il vedere», Alberti suggeriva di seguire il seguente metodo. Dal luogo di osservazione si individuava «dove sia la Tramontana, <sup>50</sup> stella assai nota» riferendo la sua posizione «sopra quale albero, torre, o camino o simile altra cosa ella risponda» e si cercava «di tutte le stelle che sono intorno alla Tramontana, qualchuna di quelle grandi» in modo da poterla facilmente riconoscere (figura 21). In ventiquattro ore

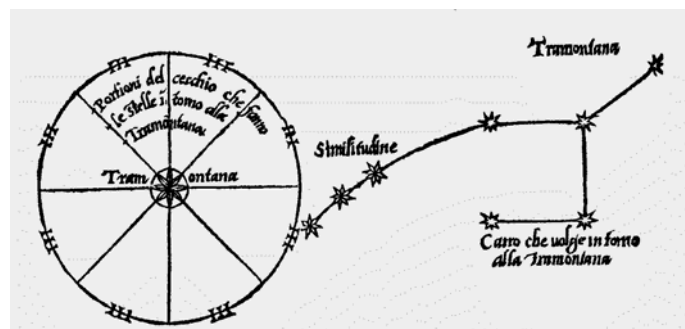


Figura 21 – Disegno relativo a un orologio notturno

<sup>49</sup> *Ibidem*, p. 236.

<sup>50</sup> È la stella polare.

«quella stella ritorna proprio a questo sito», dopo aver percorso un giro completo attorno alla tramontana. Per determinare l'ora della notte si osservi la parte di circonferenza percorsa dalla stella: se «ella ha scorsa la quarta parte del cerchio direte son passate 6 hore, se il terzo, voi direte son passate 8 hore», e così via.

Per «ritrovare la tramontana» Alberti «dà certo mezzo»; essa si trova sul prolungamento verso settentrione della congiungente le ultime due ruote del gran carro (figura 21), a una distanza, dalle due, uguale a circa «tre volte quanto sieno quelle due l'una dalla altra».

## 6. Misura delle superficie

Per quel che concerne la misurazione delle superficie piane, Alberti ammise di aver tratto notevole spunto dall'opera «prolissa e dotta» di altri «Scrittori antichi e massimo Columella,<sup>51</sup> e gli altri misuratori<sup>52</sup> e Lionardo Pisano<sup>53</sup> infra i moderni», raccogliendo solamente «le cose piu gioconde, e utili al bisogno». Alberti si limitò, infatti, a illustrare il calcolo dell'area di campi «o di lati tutti tondi, o di linee diritte, o di parte diritte, e di parte ad arco, o composte di piu archi».<sup>54</sup>

Dopo aver classificato i campi in base alla conformazione del loro contorno, Alberti illustrò sei casi di calcolo delle loro aree, qui di seguito riportati.

### 6.1. Primo caso. Forme rettangolari

Come primo esempio di calcolo Alberti prese in esame campi con «i lati diritti e i suoi cantoni sieno a squadra», cioè di forma quadrata o rettangolare. Il metodo proposto consisteva nel considerare «uno de lati qual voi volete» e il lato a questo consecutivo, misurando la lunghezza di ciascuno, «forse che troverrete che uno di questi lati sarà dieci passi, e l'altro pure dieci». L'area della superficie cercata è il prodotto di «l'uno numero nello altro, chi annovera dieci fino a dieci volte harà cento».

<sup>51</sup> «Qualche altra notizia intorno alla geometria pratica dei Romani ci offre il tribuno militare Lucio Giulio Moderato Columella da Cadice», nell'opera *De re rustica* risalente circa all'anno 62 d. C., G. LORIA, cit., p. 127.

<sup>52</sup> Alberti allude probabilmente a Abraham-Car Higgaha-Nasi, come traspare anche da altre edizioni degli *Opuscoli morali*, cfr. a esempio L. VAGNETTI, cit., p. 220. Abraham-Car Higgaha-Nasi, israelita, era noto come Savasorda che «era un semplice titolo onorifico: egli visse a Barcellona e un po' anche in Provenza». Scrisse un trattato di geometria pratica tradotto da Platone da Tivoli nel 1116 con il titolo *Liber Embadorum Savasordae*. Morì verso il 1136, G. LORIA, cit., p. 140.

<sup>53</sup> Il matematico Leonardo Fibonacci, conosciuto anche come Leonardo Pisano, visse circa tra il 1170 e il 1250. Tra i suoi scritti più importanti si ricorda che: nel 1202 «licenziò la fondamentale sua opera, il *Liber abbaci*» (G. LORIA, cit., p. 220), nel quale ampliò e perfezionò lo studio dell'aritmetica e dell'algebra; nel 1220 la *Practica geometriae*, nella quale introdusse «i procedimenti da seguire ogniqualevolta si voglia valutare il contenuto di una superficie» (G. LORIA, cit., p. 228), e altre questioni geometriche relative al calcolo delle aree di terreni; cfr. anche L. PEPE, *La riscoperta di Leonardo Pisano*, «Un ponte sul Mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente», a cura di E. Giusti, Firenze, Polistampa 2002, pp. 160-175.

<sup>54</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolzze* cit., p. 237.

### 6.2. Secondo caso. Forme triangolari

Nel secondo caso Alberti considerò un campo «di tre faccie, e uno de suoi cantoni sia pure a squadra», cioè a forma di triangolo rettangolo. Il procedimento consisteva nel considerare «uno de lati che termina sul suo cantone a squadra» e «l'altro lato, che termina similmente a quel cantone a squadra», misurando la lunghezza di ciascuno e calcolando il loro prodotto. La misura cercata è il semiprodotto del «l'uno numero nello altro».

### 6.3. Terzo caso. Forme irregolari a contorni rettilinei

Nel caso di campi di forma irregolare ma a contorni rettilinei, Alberti suggerì di scomporre la figura, con l'utilizzo di una squadra, in quadrati e triangoli e di calcolare la misura della superficie di ciascuna scomposizione applicando le formule di calcolo viste nei casi precedenti. In tal modo la misura della superficie totale è la

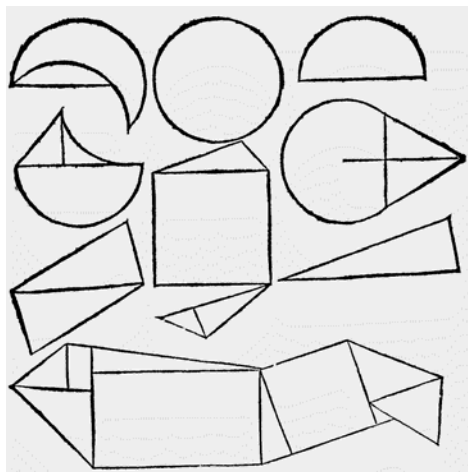


Figura 22 – Disegno relativo a superficie a contorno rettilineo, curvilineo e mistilineo

somma delle aree così ottenute. Sono quindi nel seguito riportati (figura 22)<sup>55</sup> «alcuni esempi de modi da vederli», sia di figure a contorno rettilineo che curvilineo o mistilineo.

### 6.4. Quarto caso . Costruzione di una squadra misuratrice

In questo problema Alberti illustrò come costruire «con il filo una squadra ottima» (figura 23), strumento utilizzabile per lo sviluppo delle misurazioni descritte nei problemi precedenti. Per ottenere la squadra, si prendeva un filo e, partendo dal primo capo, si misuravano tre passi e quindi si faceva un nodo; da questo nodo si

<sup>55</sup> *Ibidem*, p. 238.

misuravano altri quattro passi e si faceva un secondo nodo; da quest'ultimo nodo si contavano altri cinque passi e si faceva un ultimo nodo, avendo «in tutto questo filo misurati passi dodici».

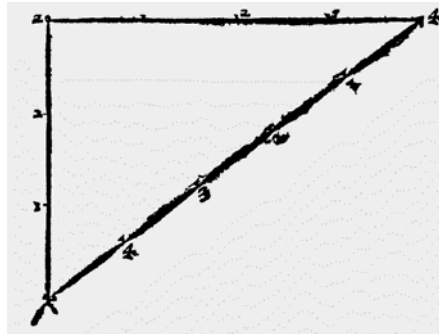


Figura 23 . Disegno relativo a una squadra Misuratrice

Si congiungeva l'ultimo nodo con il primo capo del filo e si fissava il punto d'incontro a terra con «un stecco». Si fissavano a terra anche il secondo e il terzo nodo, tenendo il filo ben teso. In virtù del teorema di Pitagora, si era così costruito un triangolo rettangolo, il cui angolo retto ha vertice nel primo nodo (punto d'incontro tra i lati lunghi, rispettivamente, tre e quattro), ovvero la squadra suggerita da Alberti.

### 6.5. Quinto caso. Forme circolari

Nel caso di un campo circolare (figura 24),<sup>56</sup> Alberti insegnò come trovarne l'area noto il raggio, dando di  $\pi$  l'ottima approssimazione di 3 più  $1/7$ .<sup>57</sup> Per la determinazione del «circuitto» del campo circolare Alberti suggeriva di moltiplicare la misura del diametro della circonferenza per 3 più  $1/7$ ; per esempio, se il diametro misurava «passi quattordici, questo numero moltiplicato per tre e un settimo fa quarantaquattro passi»; per la determinazione dell'area del cerchio consigliava di moltiplicare il raggio per la misura della semicirconferenza. Nel caso in questione, l'area richiesta sarà uguale 154 ( $154=7 \cdot 22$ ), con 7 e 22 misure, in passi, rispettivamente del raggio e della semicirconferenza).<sup>58</sup>

<sup>56</sup> *Ibidem*, p. 239.

<sup>57</sup> Il valore di  $\pi$  trovato da Alberti, se arrotondato alla seconda cifra decimale, è uguale a 3,14, cioè all'arrotondamento alla seconda cifra decimale di  $\pi$ , come a noi oggi noto.

<sup>58</sup> Ovviamente occorrerebbe dire 154 passi al quadrato.



Figura 24 – Disegno relativo a una superficie circolare

### 6.6. Sesto caso. Forme irregolari a contorni mistilinei

Per la determinazione della misura delle superficie di campi aventi contorni mistilinei (figura 25),<sup>59</sup> Alberti propose di suddividere il terreno in triangoli e quadrati.

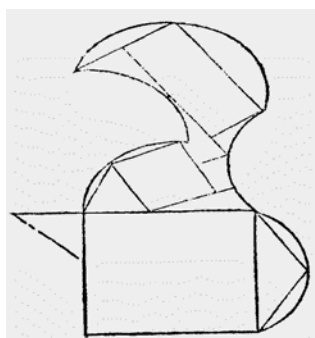


Figura 25 – Disegno relativo a superficie a contorno mistilineo

Se le parti rimanenti avevano forma di «mezo cerchio» si era in grado di misurare l'area con la formula introdotta nel caso precedente, opportunamente modificata. Se la parte rimanente era delimitata da una curva più piccola di una semicirconferenza, «simile ad uno arco», Alberti suggeriva di ricorrere a «una tavola per la quale si misura la corda sino alla stiena<sup>60</sup> dello arco», anche se «sono cose molto intricate: e non atte a queste piacevolzze, quali io proposi, e a quanto aggrada a vostri piaceri».

Nel passo seguente Alberti illustrò «qualche principio» per calcolare l'area di un segmento circolare a una base, con riferimento a Columella per un esempio

<sup>59</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolzze* cit., p. 240.

<sup>60</sup> Sta per 'schiena'. Indica il punto di intersezione tra saetta e arco.

numerico del problema (figura 26), che si trascrive senza ulteriori precisazioni, essendone evidente il significato.<sup>61</sup>

Columella pone molto aggiustato certe parti di queste misure che faranno a nostro proposito. Se la corda dello arco sarà 16. piedi o passi e la freccia o saetta sarà 4. raccoglie l'un numero con l'altro e farà 20, moltiplica poi questo numero per 4, e ha ottanta, il qual numero divide per metà e li resta 40. Piglia poi la metà della corda che fu 16, cioè 8, e lo moltiplica in se stesso, che fa 64, e questo numero parte per 14 e le ne viene 4. e un poco piu, il qual 4 lo aggiugne al 40, che fa 44, il che è lo spazio del detto campo. e a similitudine di questo farete gli altri. [...] Ma mio proposito è solo recitarvi qui cose gioconde, lasceremo adunque queste sottilità.<sup>62</sup>

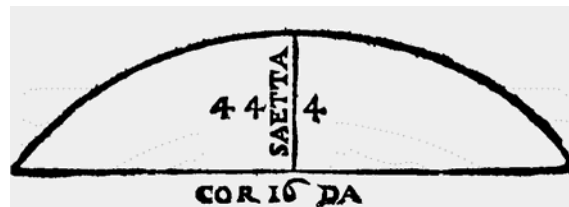


Figura 26 – Disegno relativo a un segmento circolare a una base

## 7. Misure di pesi e loro applicazioni

Alberti presentò poi uno strumento di sua creazione, detto 'equilibra', atto a risolvere problematiche relative al livellamento delle acque, rimandando al suo trattato di architettura, *De re aedificatoria*,<sup>63</sup> in fase di conclusione in quegli anni, per ulteriori precisazioni. I casi trattati nei paragrafi successivi sono tre.

### 7.1. Primo caso. Costruzione e utilizzo dell'equilibra

In questo problema Alberti illustrava come costruire l'equilibra (figura 27)<sup>64</sup> con l'impiego di una corda e di un dardo. Il metodo descritto è il seguente. Si consideri un'asta orizzontale «dardo, o altra cosa, che sia ben diritta»<sup>65</sup> e si fissino alle due estremità (che d'ora in avanti sono i punti B e C) due fili lunghi «4 piedi o piu»; si leghino le estremità libere dei due fili e si indichi con A il punto del nodo, in modo da costruire «un triangolo del quale i duoi lati sono i fili, il terzo lato è il dardo» di base BC; si indichi con D il punto medio di BC. Nel punto A si fissi «un'altro filo lungo quattro piedi» alla cui altra estremità, punto E, sia fissato un piombino.

Questo strumento si chiama equilibra, con il quale si misura ogni cosa, quando lo angolo

<sup>61</sup> *Ibidem*, p. 241.

<sup>62</sup> *Ibidem*, pp. 240-241.

<sup>63</sup> Per quanto riguarda lo strumento dell'equilibra, Alberti ne parla diffusamente nei libri IV e X.

<sup>64</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze cit.*, p. 242.

<sup>65</sup> *Ibidem*, p. 241.

starà appiccato a cosa che lo sostenga, come si appicca una bilancia.<sup>66</sup>

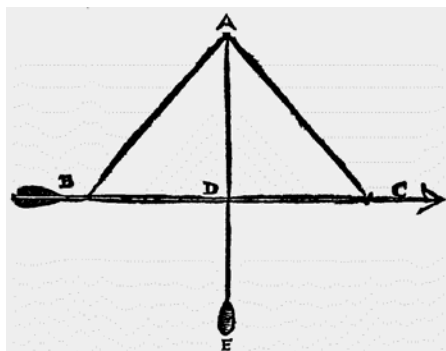


Figura 27 – Disegno relativo all'equilibra

Alberti mostrava un altro possibile utilizzo dell'equilibra per «livellare le acque» (figura 28) tenendo conto, come molti «non considerano che la terra è tonda»,

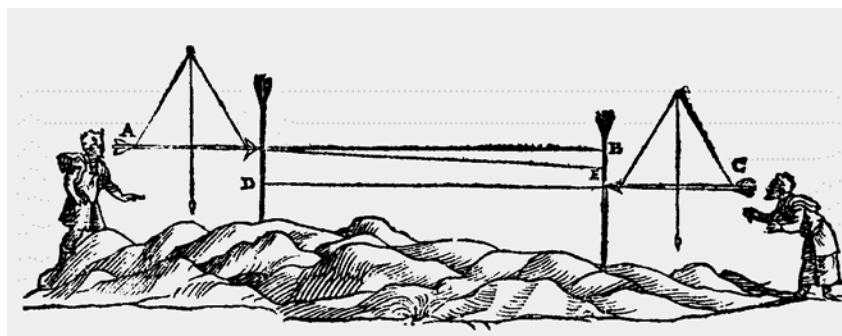


Figura 28 - Disegno relativo all'uso dell'equilibra come livella

senza tuttavia soffermarsi nel dimostrare «quante delle nostre miglia corrispondono a gradi del cielo». Il procedimento di misurazione avveniva nel seguente modo: dopo aver misurato il livello dell'acqua da due differenti posizioni, segnando in B e in D le misure, rispettivamente, rilevate, si determinava il punto medio E delle due altezze concludendo che «la acqua adunque andrà comodamente da A, ad E, mediante il girare della terra».<sup>67</sup>

L'equilibra poteva essere anche utilizzata come bilancia nella misura dei pesi (figura 29):<sup>68</sup> l'identità dei carichi sopportati dai due estremi non alterava la posizione orizzontale e iniziale del dardo, mentre quanto più il segmento AE si

<sup>66</sup> *Ibidem*, p. 242.

<sup>67</sup> *Ibidem*, p. 243.

<sup>68</sup> *Ibidem*, p. 244.

discosta dalla cera D, tanto quel peso a cui sarà più vicino pesa più che l'altro dell'altro capo [...] quante volte la parte del dardo che è da quel capo fino al filo AE, entra nella parte del dardo che resta tante volte l'uno di questi pesi entra nello altro.<sup>69</sup>

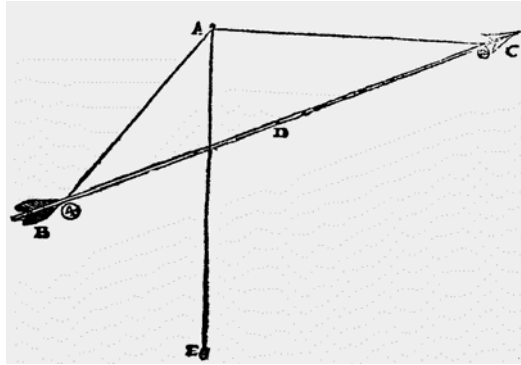


Figura 29 - Disegno relativo all'uso dell'equilibra come bilancia

Nel testo Alberti presentava anche un esempio numerico di un dardo BC lungo sei piedi e alle cui estremità erano applicati un peso di quattro libbre in B e due in C; il filo AD sarà più spostato verso B, «tanto che questa parte del dardo sarà due, e la altra sarà quattro piedi».

## 7.2. Secondo caso. Misura di carichi elevati

In questo problema Alberti illustrò come fosse possibile misurare carichi molto elevati «come sarebbe un carro con i buoi e con il suo carico, solo con una stadera che porti cinquanta libbre», ovvero con uno strumento che, come il precedente, regolava il suo funzionamento sul principio della leva.

Si considerava un «un ponte simile ad un di questi levatoi» (figura 30)<sup>70</sup> disposto «con le sue catene, che egli stia attaccato ad un capo di una trave lunga» di estremi A e B e «posata sopra il suo bilico» nel punto C. Si poneva AC minore di BC. Si collocava una «tagliuola» in B e si fissava «il capo della fune che lavorerà per questa tagliuola» nel punto D, ovvero a «un certo aspo, o aspetto che la carichi»; si applicava al secondo estremo della fune, punto E, la «stadera accomodata con uno de suoi oncini in terra». Quando il carro con i buoi era sul ponte, si tirava verso il basso il capo E della fune, e si posizionava la stadera nel punto D, vedendo il ponte sollevarsi. Una volta stabilito «quante libbre del carro porti una oncia della vostra stadera» allora era possibile misurare carichi di più libbre. Non si doveva, però, dimenticare che

<sup>69</sup> *Ibidem*, pp. 243-244.

<sup>70</sup> *Ibidem*, p. 245.

la parte più lunga della trave AB quante volte ella contiene la parte più corta, tante libbre porta a numero una libra che gli sia posta in capo.

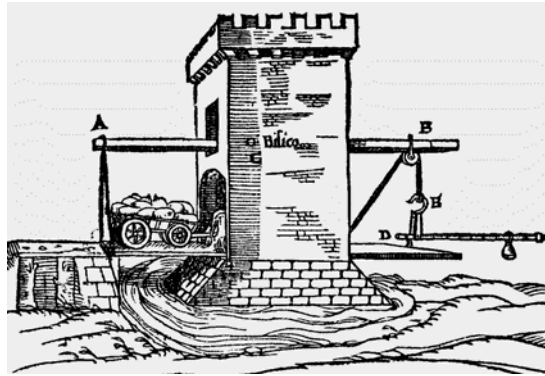


Figura 30 - Disegno relativo all'uso della equilibra per la misura di carichi elevati

### 7.3. Terzo caso. Uso balistico dell'equilibra

In questo problema Alberti si soffermava sulla possibilità dell'utilizzo dell'equilibra per correggere tiri d'artiglieria effettuati con la bombarda (Figura 31);<sup>71</sup> in altre parole essa avrebbe dovuto avere funzioni analoghe a quelle di un goniometro verticale, in modo tale da poter correggere l'alzo, e quindi la traiettoria del proiettile, tra un colpo e il successivo. Egli però non si dilunga sul funzionamento né sull'utilizzazione della bombarda, priva di particolare interesse matematico e fisico. D'altra parte Alberti stesso conclude l'argomento dicendo che «molto gioverebbe a chi usasse la balestra, ma non mi estendo in che modo».

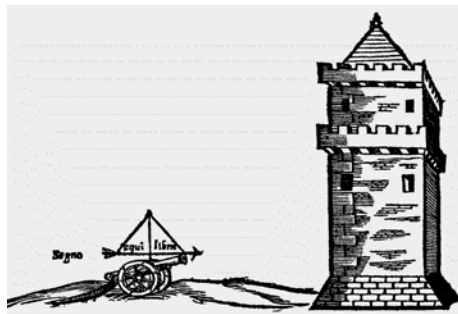


Figura 31 – Disegno relativo all'uso balistico dell'equilibra

---

<sup>71</sup> *Ibidem*, p. 246.

## 8. Misurazioni in grande

Nella parte finale della sua opera Alberti presentò lo strumento da lui utilizzato per «cose molto dilettevoli, come è a misurare il sito, di un paese, o la pittura di una terra» o per rilevare le antiche rovine di Roma.

Lo strumento descritto era una sorta di goniometro orizzontale, ovvero «un cerchio sopra una tavola larga al manco un braccio» diviso «in parti 48.»<sup>72</sup> detti gradi,

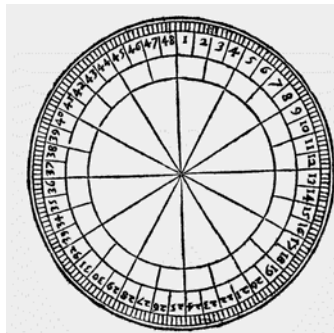


Figura 32 - Disegno relativo al goniometro orizzontale

ciascuna delle quali divisa in quattro parti, dette minuti (figura 32). Il rilevamento di un territorio o di una città con questo strumento mise in luce l'impiego delle famose 'coordinate polari', già usate ai tempi di Tolomeo.<sup>73</sup> Alberti, però, fu

il primo nella storia umana a servirsi del metodo delle coordinate polari per il rilevamento di un intero comprensorio territoriale e per la sua rappresentazione imprevedibilmente fedele.<sup>74</sup>

### 8.1. Primo caso. Uso del disco

Le rilevazioni venivano effettuate in un modo abbastanza singolare e senza precisione di sorta.<sup>75</sup> Si poneva il disco «in luogo piano, ma sia il luogo alto, dove possiate vedere molti luoghi della terra che voi volete ritrarre, come sono i campanili o le Torri, o simili» (figura 33),<sup>76</sup> ci si discostava da questo «due braccia» e tenendo in mano un «filo con un piombino» si traguardavano, uno alla volta, i manufatti da

<sup>72</sup> *Ibidem*, p. 247. Il braccio misurava circa 64 cm.

<sup>73</sup> Astronomo greco del primo secolo, fu anche matematico e geografo in Alessandria d'Egitto. A lui si deve l'elaborazione di un modello matematico di sistema 'geocentrico', formulato nell'*Almagesto* che è «il più antico lavoro nel quale si trovino numerosi elementi e brillanti applicazioni della trigonometria (sferica)», G. LORIA, cit., p. 86.

<sup>74</sup> L. VAGNETTI, cit., p. 240.

<sup>75</sup> Per la verità Alberti utilizzò questo strumento per la stesura di *Descriptio urbis Romae* (1450), ottenendo, peraltro, risultati straordinari per l'epoca, cfr. anche *ibidem*, pp. 239-242.

<sup>76</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze* cit., p. 248.

rilevare, in modo da conseguire l'allineamento desiderato (per esempio tra occhio-filo a piombo-centro del disco e campanile, nel caso, ovviamente, di un campanile). Individuato, sul bordo del disco, il numero intercettato dal filo a piombo, sull'estremità opposta del disco stesso, questa operazione veniva reiterata per gli altri punti da rilevare. Il rilevamento veniva ripetuto in una seconda posizione, con il disco orientato nel medesimo modo. Alberti, infine, pensando forse di ottenere

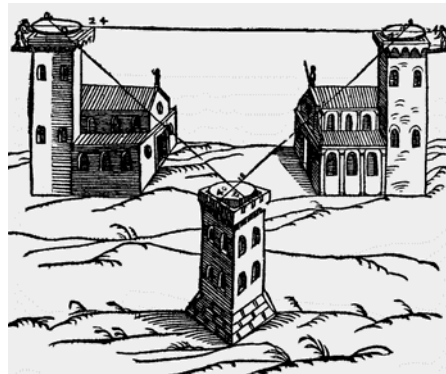


Figura 33 - Disegno relativo all'uso del goniometro orizzontale

un miglior risultato, suggeriva di ripetere il tutto anche da una ulteriore terza posizione. Lo stesso Alberti affermò che

queste cose non sono così facili a dimostrarle con parole: ma la cosa in se non è difficile, ed è molto dilettevole, e per questo si fanno più cose come da per voi considererete. Con questo diedi io il modo di ritrovar' un certo aquedotto antico, del quale apparivano alcuni Spiragli, e erano le vie ascose entro al mo[n]te: con questa via intenderete, che si può notare ogni viaggio, e avvolgimento di ogni laberinto, e di ogni deserto, senza avvolgimento di alcuno errore.<sup>77</sup>

Tra le altre cose, Alberti proponeva l'utilizzo di questo strumento anche per «misurare quanto sia la dirittura dalla torre dello Asinello sino al castello»<sup>78</sup> (figura 34).<sup>79</sup>

## 8.2. Secondo caso. Grandi distanze da oggetti visibili

Per la misurazione della distanza tra Bologna e Ferrara Alberti propose un metodo basato sull'utilizzo di aste poste in opportuna posizione e sulla conseguente costruzione di triangoli simili (figura 35),<sup>80</sup> dalla similitudine dei quali dedurre, come in

<sup>77</sup> *Ibidem*, p. 249.

<sup>78</sup> *Ibidem*, p. 249.

<sup>79</sup> *Ibidem*, p. 250.

<sup>80</sup> *Ibidem*, p. 251.

altri casi, la distanza cercata. La spiegazione, però, è piuttosto oscura e il procedimento sembra essere, in ogni caso, errato.<sup>81</sup> Non ci si sofferma, quindi, ulteriormente su questo problema.

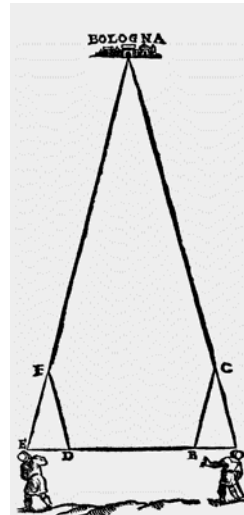
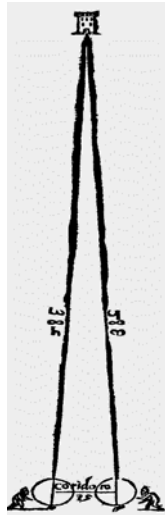


Figura 34 - Disegno relativo all'uso del goniometro orizzontale a Bologna      Figura 35 - Disegno relativo alla misura di grandi distanze tra oggetti visibili

### 8.3. Terzo caso. Grandi distanze da oggetti non visibili

Per la misurazione di lunghe distanze, non più direttamente in linea d'aria, ma su un determinato percorso, Alberti utilizzò un particolare strumento, derivato probabilmente da quello utilizzato da Vitruvio nel 'De Architectura' e dedotto, a sua volta, dall'uso che ne facevano gli antichi romani.<sup>82</sup> Il congegno, collegato a una ruota di un carro, era costituito da una «cassa con il suo pertuso sopra il vostro Mozzo»<sup>83</sup> e da un «sacco o una tasca che riceva le ballotte che passano per il buso» (figura 36); il numero delle biglie contenuto nella tasca, dopo aver effettuato un tragitto, moltiplicato per la misura della circonferenza della ruota, avrebbe determinato, a

<sup>81</sup> Cfr. L. VAGNETTI, cit., p. 244, dove si legge, con riferimento al metodo introdotto da Alberti, «non funziona e non può funzionare perché, stando alla lettera del suo enunciato, la sua ricostruzione porta ad operazioni materialmente impossibili». Cfr. anche C. GRAYSON, *Ludi rerum mathematicarum*, cit., p. 357, dove si sottolinea, con riferimento alla figura 33, che «pare impossibile eseguire» una parte della costruzione a essa relativa.

<sup>82</sup> Per misurare le distanze percorse, i romani si servivano di un dispositivo, l'«odometro», la cui descrizione è dovuta a Vitruvio e a Erone Alessandrino: applicato al mozzo di un carriaggio e tarato sulla circonferenza della ruota, il dispositivo constava di ingranaggi dentati che, per ogni giro della ruota, immettevano un sassolino, o una biglia, in un contenitore. Nota la circonferenza della ruota e il numero dei suoi giri, si risaliva alla lunghezza del tragitto (secondo Vitruvio per percorrere un miglio la ruota da lui presa in considerazione compiva quattrocento giri).

<sup>83</sup> L. B. ALBERTI, *Delle piacevolezze* cit., p. 252.

meno di errori non certamente trascurabili, la distanza percorsa.

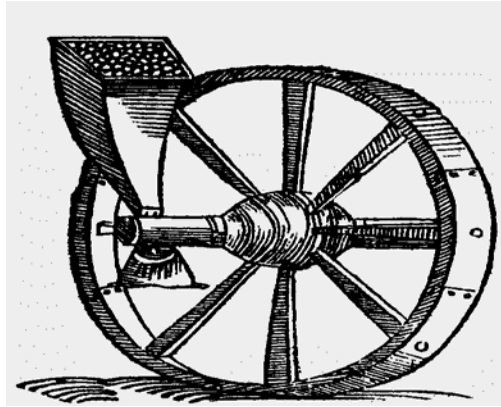


Figura 36 - Disegno relativo allo strumento per la misura di grandi distanze tra oggetti non visibili

#### 8.4. Quarto caso. Grandi distanze percorse in mare e velocità di navigazione

Per misurare distanze percorse in navigazione Alberti realizzò un dispositivo basato sul principio di funzionamento di quello del caso precedente, munito di un rotore a pale, invece che di una ruota di carro. Per quanto riguardava, invece, la determinazione della velocità di un natante, egli assegnava «un modo certo a sapere quanto la vostra fusta<sup>84</sup> vadia per hora a qualunque vento che la muova».<sup>85</sup>

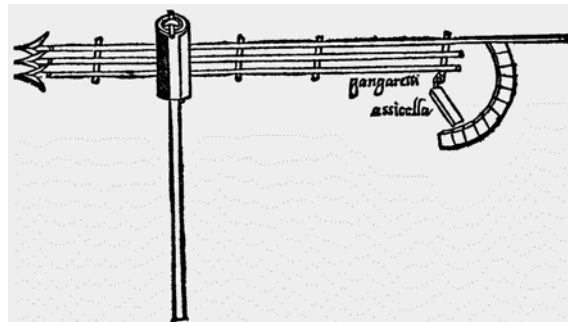


Figura 37 - Disegno relativo alla misura di distanze e velocità marine

Il congegno atto allo scopo descritto (figura 37),<sup>86</sup> era costituito da una «assicel-

<sup>84</sup> La fusta era un tipo di imbarcazione abbastanza veloce, leggera e con poco pescaggio.

<sup>85</sup> *Ibidem*, pp. 252-253.

<sup>86</sup> *Ibidem*, p. 253. Era una sorta di solcometro, basato però sulla velocità relativa del vento rispetto alla barca, piuttosto che a quella dell'acqua, sempre rispetto alla barca.

la sottile quanto un cuoio, lunga un piede, larga quattro dita»<sup>87</sup> mobile sotto l'azione del vento lungo un arco graduato. Lo strumento avrebbe dovuto essere preventivamente tarato su un percorso conosciuto, in condizioni di velatura, di carico, di eventuale altra spinta ben note, così da poter indicare direttamente la velocità oraria alle medesime condizioni.

### 9. Spinta idrostatica e pesi specifici

Nell'ultimo problema dei *Ludi matematici* Alberti trattò del 'principio di Archimede' e della spinta idrostatica. Alberti narrò la ben nota vicenda del problema della corona, «opera di oro di molto peso»,<sup>88</sup> costruita da taluni orefici, su commissione di Gerone II, tiranno di Siracusa, il quale aveva fornito l'oro occorrente. Ma l'opera non «rispondeva nella bilancia al peso dell'oro, che egli aveva dato a Maestri» e quindi Gerone sospettò che gli artefici dell'opera l'avessero ingannato, concludendo che il lavoro «non era tutto di oro, ma vi era mescolato dello argento». Per dimostrare ciò, senza «però guastare il lavoro», Gerone affidò «ad Archimede Mathematico questa causa». Dal successivo testo albertiano si deduce, senza necessità di ulteriori precisazioni, il metodo usato da Archimede.

Archimede uomo sottilissimo senza muovere o guastar nulla vidde il tutto manifesto, e ecco il modo. Egli fece due masse di un medesimo peso di quanto era la opera fatta da maestri: e di queste due masse, l'una fu puro oro, e l'altra puro argento, posele poi nell'acqua in vasi ad una grandezza e fatti, e pieni ad un modo; e vide che differentia restava di questa acqua nel vaso, quando ponendovi questa massa l'acqua traboccava fuori e si versava, e così vi pose poi la opera, e proportionando i pesi loro insieme, trovò il vero in tutto il lavoro, e fu ingegno molto acuto.

In modo analogo Alberti stesso, nel prosieguo, racconta di aver appianato una disputa tra architetti, relativamente a

quanto pesi certa colonna, della quale essi fra loro contendevano. Io presi alcuni pezzi di simile pietra, e alcuni di marmo, de quali io ho notato certo il peso suo, e posigli nell'acqua, e còpresi la loro differentia.

Con questa questione Alberti concluse la sua opera, quasi scusandosi di aver tralasciato molti argomenti, con la frase di seguito riportata.

Dicovi che molte cose lasciai, e non dissi benche fussino dilettevoli, solo perche non vedevvo modo di poterle dire chiare, e aperte, come cercavo dirle, e in queste durai fatica, e non poca ad esprimerle, e farvele intendere.

---

<sup>87</sup> *Ibidem*, p. 253.

<sup>88</sup> *Ibidem*, p. 255. Per la verità, nell'edizione degli *Opuscoli morali* utilizzati per le citazioni si passa dalla pagina 253 direttamente alla pagina 255, saltando, ma solo nella numerazione e non nel contenuto, la pagina 254.